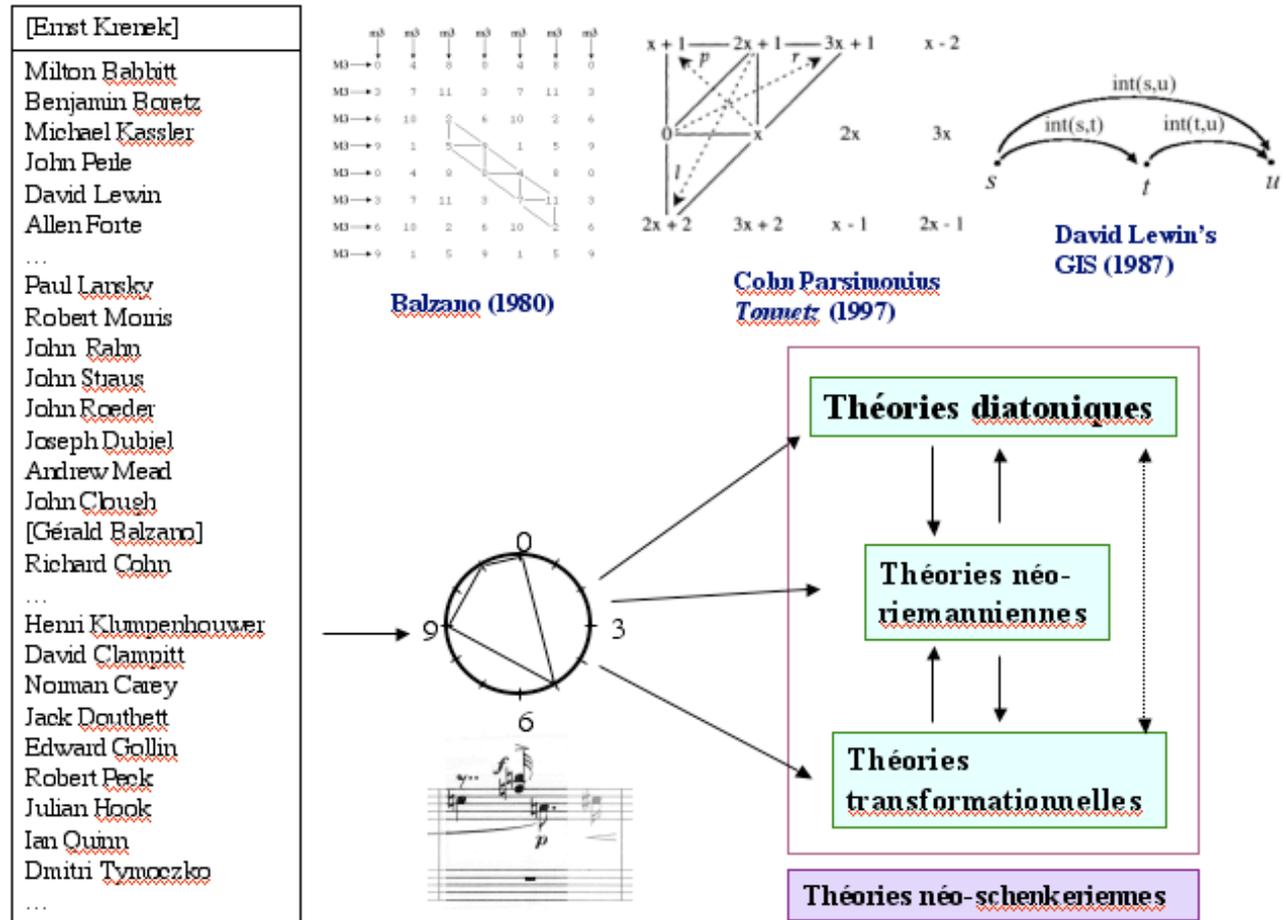


*Mathématiques, musique et philosophie dans la tradition américaine :
 la filiation Babbitt/Lewin*

Résumé

Nous allons présenter quelques aspects théoriques et métathéoriques de la tradition américaine (du sérialisme intégral de Milton Babbitt aux réseaux transformationnels d'Henry Klumpenhouwer) en essayant d'en discuter les hypothèses épistémologiques sous-jacentes et les implications philosophiques qui dérivent d'une telle démarche, aussi bien pour la théorie que pour l'analyse musicale. Le positivisme logique, et en particulier le Cercle de Vienne, a eu historiquement une influence directe dans l'émergence d'un paradigme mathématique en théorie de la musique aux Etats-Unis, comme le confirme une analyse comparée des principes des bases des deux courants de pensée. Cependant, nous allons montrer comment la réflexion théorique de Milton Babbitt ainsi que la démarche transformationnelle de David Lewin dépassent largement le paradigme langagier qui sous-tend le positivisme logique et engagent d'autres formes de relations entre la musique et les mathématiques. Pour cela nous allons nous appuyer sur deux exemples de dualité entre l'objectal et l'opérateur dans celle qu'on proposera d'appeler la filiation Babbitt/Lewin : la notion de *Twelve-Tone System* chez Babbitt et celle de *Generalized Interval System* chez Lewin. Nous esquisserons en conclusion les principes de base d'une interprétation de l'analyse transformationnelle et, en particulier, des réseaux de Klumpenhouwer (*K-nets*) à l'aide de la théorie des catégories et des topoï ainsi que les conséquences théoriques et philosophiques d'une telle formalisation.

Sur la tradition théorique (et métathéorique) américaine



« The recognition of music-theoretical questions as critical compositional ones is not, of course, unique to the twentieth century, nor to composers. But the uniquely explicit, uniquely consequential, and uniquely exposed contemporary involvement of composers in theory as writers and system builders has given the theoretical-compositional connection unprecedently wide, if not always benign or even accurate, publicity : we live, as every reader of the public musical print knows, in an age of 'theoretical composition'. [...] Milton Babbitt, in particular, was the first to suggest that the force of any 'musical system' was not as universal constraints for all music but as alternative theoretical constructs, rooted in a communality of shared empirical principles and assumptions validated by tradition, experience, and experiment » [Boretz et Cone 1972]

Milton Babbitt et le concept de *Twelve-Tone System*

« Une vraie mathématisation [du système dodécaphonique] aurait besoin d'une formulation et d'une présentation dictées par le fait que le système dodécaphonique est un **groupe de permutations** qui est façonné [shaped] par la structure de ce modèle mathématique » [Babbitt 1946/1992, ii]

« Toute considération sur les opérations du système doit procéder de la conscience de leur nature permutationnelle » [Babbitt 1960, 247]

« Une compréhension de la structuration dodécaphonique des composantes autres que les hauteurs ne peut que passer par une définition correcte et rigoureuse de la **nature** du système et des **opérations** qui lui sont associées » [Babbitt 1955/1972, 367]

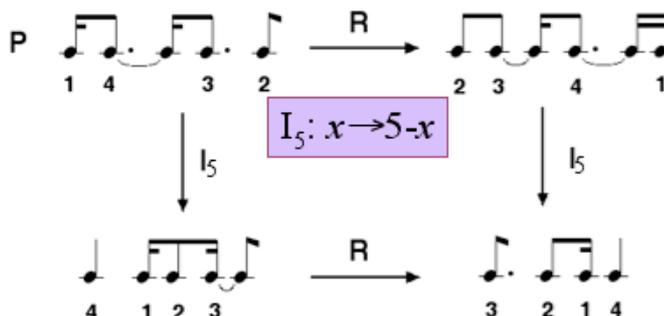
« [La fonction et structure de la théorie musicale est celle de] rendre possible d'un côté l'étude de la structure des systèmes musicaux [...] et la formulation des contraintes de ces systèmes dans une perspective compositionnelle [...] mais aussi, comme étape préalable, une terminologie adéquate [...] pour rendre possible et établir un modèle qui autorise des **énoncés bien déterminés et vérifiables [testable] sur les œuvres musicales** » [Babbitt 1965/1972, 10].

« A **rational reconstruction** of a work or works, which is a theory of the work or works, is an explanation not, assuredly, of the 'actual' process of construction, but of how the work or works may be construed by a hearer, how the 'given' may be 'taken' » [Babbitt 1972]

- La série des durées temporelles (*durational row*)



Composition for Four Instruments (1948)



- Le système des points d'attaque (*Time-Points System*)



Quelques traits caractéristiques du positivisme logique et transfert en musique

« *There is no field of experience which cannot, in principle, be brought under some form of scientific law, and no type of speculative knowledge about the world which is, in principle, beyond the power of science to give. [...] The propositions of philosophy are not factual, but linguistic in character – that is, they do not describe the behavior of physical, or even mental, objects ; they express definitions, or the formal consequences of definitions. Accordingly, we may say that philosophy is a department of logic.* »

[Ayer 1952]

« *For the essential elements of the above characterizations, involving the correlations of the syntactic and semantic domains, the notion of analysis, and – perhaps most significantly – the requirements of linguistic formulation and the differentiation among predicate types, beyond strongly suggesting that the proper object of our assigned investigation may be – in the light of these criteria – a vacuous class, and strongly reminding us of the systematic obligations attending our own necessarily verbal presentation and discussion of the presumed subject, provide the important reminder that there is but one kind of language, one kind of method for the verbal formulation of ‘concepts’ and the verbal analysis of such formulations : ‘scientific’ language and ‘scientific’ method* » [Babbitt 1961/1972].

« *Progressively from the concept to the law (synthetic generality) we arrive at the deductively interrelated system of laws that is a theory, storable as a connected set of axioms, definitions, and theorems, the proof of which are derived by means of an appropriate logic. A musical theory reduces, or should reduce, to such a formal theory when uninterpreted predicates and operations are substituted for the terms and operations designating musical observables* » [Babbitt 1961/1972, 4]

Limites d’une conception logiciste de la tradition américaine

« *What epistemology intends is to construct thinking processes in a way in which they ought to occur if they are to be ranged in a consistent system; or to construct justifiable sets of operations which can be intercalated between the starting-point and the issue of thought-processes, replacing the real intermediate links. Epistemology thus considers a **logical substitute** rather than **real processes**. For this logical substitute the term **rational reconstruction** has been introduced.* » [Reichenbach, 1938]

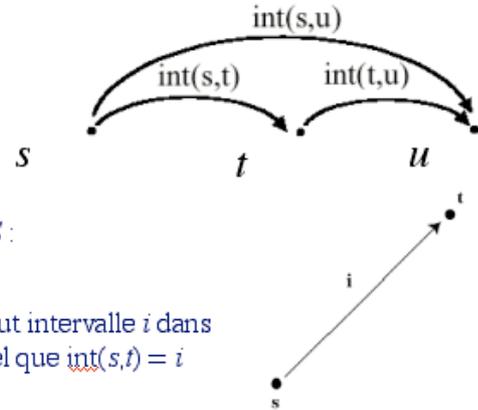
« *Pour développer le concept de **structure** qui est au fondement de la **théorie de la constitution**, nous partons de la différence entre deux types de description des objets d’un domaine quelconque. Nous appelons ces deux types de description, description de **propriété** et description de **relation**. [...] La description de relation se trouve au commencement de tout le système de constitution et forme ainsi la base de la science dans son ensemble. En outre, le but de toute **théorie scientifique** est de devenir une **pure description de relation** quant à son contenu.* » [Carnap 1928]

« *[C’est la notion de groupe qui] donne un sens précis à l’idée de structure d’un ensemble [et] permet de déterminer les éléments efficaces des transformations en réduisant en quelque sorte à son schéma opératoire le domaine envisagé. [...] L’objet véritable de la science est le **système des relations** et non pas les termes supposés qu’il relie. [...] Intégrer les résultats - symbolisés - d’une **expérience** nouvelle revient [...] à créer un canevas nouveau, un **groupe de transformations** plus complexe et plus compréhensif* » [G.-G. Granger : « Pygmalion. Réflexions sur la pensée formelle », 1947]

David Lewin et le tournant transformationnel en théorie et analyse musicales

$GIS = (S, G, \text{int})$

- $S =$ ensemble
- $(G, \bullet) =$ groupe d'intervalles
- $\text{int} =$ fonction intervallique
- $S \times S \xrightarrow{\text{int}} G$



Action simplement transitive

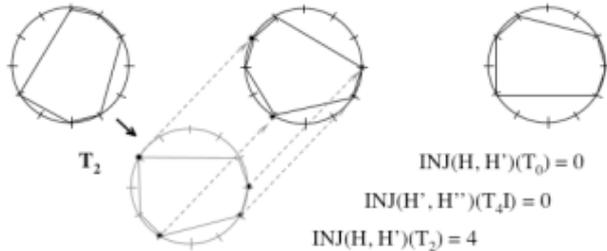
1. Pour tout objets s, t, u dans S : $\text{int}(s,t) \bullet \text{int}(t,u) = \text{int}(s,u)$
2. Pour tout objet s dans S et tout intervalle i dans G il y a un seul objet t dans S tel que $\text{int}(s,t) = i$

Généralisation de la notion de transposition (musicale)

Pour tout élément i dans G , la transposition T_i est une application $T_i : S \rightarrow S$ telle que $\text{int}(s, T_i(s)) = i$ pour tout élément s dans S

« ...on peut remplacer entièrement le concept d'intervalle dans un GIS avec le concept de transposition dans un espace. [...] On peut remplacer le concept même de GIS avec l'idée d'un espace S sur lequel on a un groupe d'opérations qui opère » [Lewin 1987]

$H = \{0, 1, 2, 5, 6, 8\}$ $H' = \{3, 4, 7, 9, 10, 11\}$ $H'' = T_2(H) = \{2, 3, 4, 8, 10, 11\}$



$\text{INJ}(H, H')(T_i) =$
 nombre d'éléments a
 de H tels que $T_i(a) \in H'$

||

H

H'

$\text{IFUNC}(H, H')(i) =$
 nombre d'éléments (a,b)
 dans $H \times H'$ tels que
 $\text{int}(a,b) = i$

The image shows a musical score with four staves labeled P, RP, IIP, and RIIP. To the right are two chromatic diagrams, A and A', each showing a circle of 12 notes with a red line connecting two notes. Diagram A has a vertical red line, while diagram A' has a diagonal red line.

« Un hexacorde et son complémentaire ont le même contenu intervallique »

$$IV(A) = [4, 3, 2, 3, 2, 1] = [4, 3, 2, 3, 2, 1] = IV(A')$$

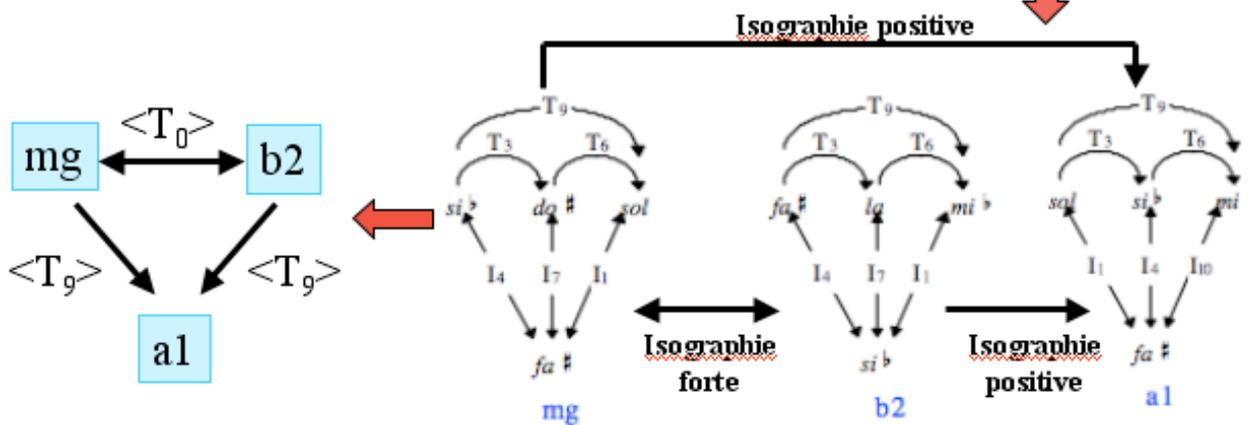
« Un hexacorde et son complémentaire ont la même fonction d'injection par rapport à toute transformation bijective »

$$INJ(A, A')(f) = INJ(A', A)(f)$$

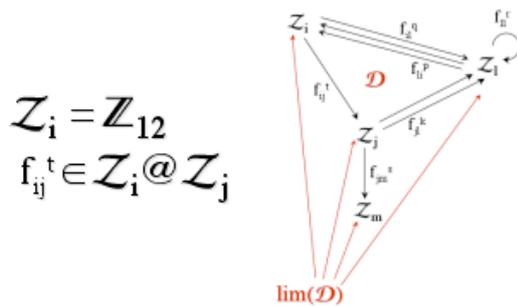
Réseaux de Klumpenhouwer (K-nets)

The image shows a musical score on the left and a K-net diagram on the right. The K-net diagram consists of three columns of notes, each with a label below it: (mg), (b2), and (a1). Arched lines connect notes between columns, labeled with T₃, T₆, and T₉. A red arrow points from the score to the K-net diagram.

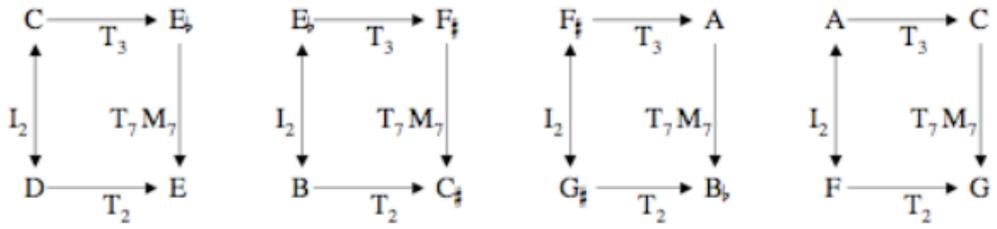
Ex. 1 - « Ladislav Tejcl » (Historische ungarische Bildnisse n° 4), mes. 1-7
Les agrégats dans la classification de Forte



[Hascher, 2002]



Fact:
 $\lim(\mathcal{D}) \approx U$
 $U =$ (empty or)
 subgroup of $(\mathbb{Z}_{12})^n$
 If $f_{**}^* =$ isomorphisms
 $\text{card}(U)$ ($= 0$ or)
 divides 12



EXAMPLE 6: THE FOUR SOLUTIONS (STRONGLY ISOGRAPHIC K-NETS) OF THIS DIAGRAM ILLUSTRATE THAT THE CARDINALITY OF THE SOLUTION SET IS A DIVISOR OF 12. HERE, THE OPERATOR M_7 DENOTES THE MULTIPLICATION BY 7

G. Mazzola & M. Andreatta, 2006

Quelques repères bibliographiques :

Sur la tradition américaine

[Boretz et Cone 1972] B. Boretz et E.T. Cone : *Perspectives on Contemporary Music Theory*, W.W. Norton and Company, New York, 1972.

[Palisca et Bent 2001-2002] C. V. Palisca et I. D. Bent : « Theory », *The New Grove Dictionary of Music Online*, éd. Laura Macy. (<http://www.grovemusic.com>)

Bibliographie détaillée sur la tradition américaine avec des textes disponibles en ligne à l'adresse : <http://recherche.ircam.fr/equipes/repmus/mamux/BiblioCRLMIrcam.htm>

Sur les orientations philosophiques de la tradition américaine

[Davis 1993] James A. Davis : *Positivistic Philosophy and the Foundation of Atonal Music Theory*, PhD, Boston University, 1993

[Rahn, 2001] John Rahn : *Music Inside Out*, Gordon & Breach, 2001

[Brackett 2003] John L. Brackett (Jr.) : *The Philosophy of Sciences as a Philosophy of Music Theory*, PhD, University of North Carolina at Chapel Hill, 2003

Sur le positivisme logique

[**Carnap 1928**] R. Carnap : *La construction logique du monde*, 1928 (tr. Fr. 2002)

[**Reichenbach 1938**] Hans Reichenbach : *Experience and Prediction*, 1938

[**Ayer 1952**] Alfred J. Ayer : *Language, Truth & Logic*, Penguin Modern Classics, 1952

[**Jacob 1980**] Pierre Jacob : *Empirisme logique*, Les éditions de Minuit, 1980

[**Sebestik et Soulez 2001**] Jan Sebestik et Antonia Soulez (dir.) : *Le cercle de Vienne. Doctrine et controverse*, L'Harmattan, 2001.

Textes théoriques/philosophiques de Milton Babbitt

[**Babbitt 1946/1992**] M. Babbitt : *The function of Set Structure in the Twelve-Tone System*, PhD, Princeton University, 1946 (thèse approuvée en 1992).

[**Babbitt 1955**] M. Babbitt : « Some Aspects of Twelve-Tone Composition », *The Score and IMA Magazine*, 12, pp. 53-61, 1955

[**Babbitt 1960**] M. Babbitt : « Twelve-Tone Invariants as Compositional Determinants », *Musical Quarterly*, 46, pp. 245-259, 1960.

[**Babbitt 1961**] M. Babbitt : « Set Structure as a Compositional Determinant », *Journal of Music Theory*, 5(2), pp. 72-94, 1961.

[**Babbitt 1961/1972**] M. Babbitt : « Past and present concepts of the nature and limits of music (repris dans [Boretz et Cone 1972], pp. 3-9)

[**Babbitt 1965/1972**] M. Babbitt : « The Structure and Function of Music Theory », *College Music Symposium*, Vol.5, 1965 (repris dans [Boretz et Cone 1972], pp. 10-21).

[**Babbitt 1972**] M. Babbitt : « Contemporary Music Composition and Music Theory as Contemporary Intellectual History » (dans B. Brook, E. Downes et S. van Solkema : *Perspectives in Musicology*, Norton, New York, 1972. pp. 151-184).

Textes théoriques et analytiques de David Lewin

[**Lewin 1959**] D. Lewin : « Re: Intervalllic Relations between Two Collections of Notes » *Journal of Music Theory*, 3(2), pp. 298-301, 1959.

[**Lewin 1984**] D. Lewin : « On Formal Intervals between Time-Spans », *MP*, 1(4), pp. 414-423, 1984.

[**Lewin 1986**] D. Lewin : « Music Theory, Phenomenology and Modes of Perception », *MP*, 3(4), 1986.

[**Lewin 1987**] D. Lewin : *Generalized Musical Intervals and Transformations*, New Haven, YUP, 1987.

[**Lewin 1993**] D. Lewin : *Musical Form and Transformation: 4 Analytic Essays*, New Haven, YUP, 1993.

Quelques perspectives européennes sur la tradition américaine

[**Vuza 1988**] D.T. Vuza : « Some Mathematical Aspects of David Lewin's Book *Generalized Musical Intervals and Transformations* », *Perspectives of New Music* 26(1), pp. 258-287, 1988.

[**Noll 2002**] Thomas Noll: « Tone Apperception, Weber-Fechner's Law and the GIS-Model », Séminaire MaMuX, séance « Formalisations et représentations musicales : entre Set-Theory, théories diatoniques et approches néo-riemanniennes », IRCAM, décembre 2002. Disponible en ligne à l'adresse : <http://recherche.ircam.fr/equipes/repmus/mamux/documents2002-2003/ToneApperception.pdf>

[**Hascher 2002**] Xavier Hascher : « Liszt et les sources de la notion d'agrégat », *Analyse Musicale*, 43.

[**Andreatta 2003**] Moreno Andreatta, *Méthodes algébriques en musique et musicologie du XX^e siècle : aspects théoriques, analytiques et compositionnels*, Thèse, EHESS, 2003.

[**Kolman 2004**] Oren Kolman : « Transfer Principles for Generalized Interval Systems », *Perspectives of New Music*, 42(1), 2004.

[**Amiot 2006**] Emmanuel Amiot : « Une preuve élégante du théorème de Babbitt par transformée de Fourier discrète », *Quadrature*, 61, Juillet-Septembre 2006.

[**Mazzola/Andreatta 2006**] Guerino Mazzola, Moreno Andreatta : « From a Categorical Point of View : K-nets as Limit Denotators », *Perspectives of New Music*, 44(2), 2006.

[**Hascher 2007**] Xavier Hascher : « Une analyse transformationnelle de l'op. 19 n° 4 de Schoenberg au moyen des K-réseaux », à paraître dans les Actes du Colloque « Autour de la Set Theory », Delatour/Ircam, 2007).

[**Noll 2007**] Thomas Noll: « From Tone Sets to Actions: A Transformational Approach to Scriabin ». In: Timour Klouche and Hans-Reinhard Wirth: "Mathematical and Computational Musicology", Berlin: Veröffentlichungen des Staatlichen Instituts für Musikforschung, Preussischer Kulturbesitz (forthcoming, 2007).

Orientations philosophiques sur la théorie des catégories et des topoi

[**Corry 1996**] Leo Corry : *Algebra and the Rise of Mathematical Structure*, Birkhäuser, 1996.

[**Patras 1996**] F. Patras : « Sur la phénoménologie de la connaissance mathématique » (dans J.-F. Courtine (éd.) : *Phénoménologie et logique*, Presses de l'ENS, 1996)

[**Patras 2003**] F. Patras : « Phénoménologie et théorie des catégories » (dans L. Boi (éd.) : *New Interactions of Mathematics with Natural Sciences and the Humanities*, Springer).

[**Krömer 2007**] Ralf Krömer, *Tool and object. A history and philosophy of Category theory*, à paraître, Birkhäuser, 2007.