

THÉORISER UN MONDE-MUSIQUE à la lumière des mathématiques et à l'ombre de la philosophie

François NICOLAS

LEITFADEN

« Il n'y a qu'un monde mathématique [... et] ce monde mathématique est connexe ».
Alain Connes

Enjeux

Il s'agit de bâtir une Idée proprement musicienne de la musique comme monde à part entière, comme « monde-Musique ». L'enjeu de cette Idéation est de « fonder » l'autonomie de la musique.

Pour le musicien, la musique n'est pas sous tutelle de lois et fonctions exogènes (acoustiques, arithmétiques, sociologiques, psychologiques, physiologiques, économiques...) : la musique est la mise en œuvre d'une pensée autonome, c'est-à-dire en capacité de se fixer ses lois propres, ses propres principes d'existence, ses enjeux spécifiques.

Il va de soi que cette autonomie est relative, et que la musique, s'ordonnant à ses lois propres, n'ignore pas pour autant les lois exogènes de ses divers matériaux. La musique *autonome* n'est donc pas une musique *pure* ou *autarcique* : c'est une musique faisant monde autour de sa logique propre – la logique musicale –, une musique unifiée dans la diversité même de ses régions (classique, contemporaine, jazz, variétés, pop-rock, folklores...) et une musique connexe (toute réalisation musicale est susceptible d'intéresser musicalement toute autre).

Soutenir ainsi, en musicien, qu'il y a un monde-Musique et un seul, un monde connexe, contre la doxa contemporaine « des musiques » (le matérialisme vulgaire du « à chaque *dividu*, à chaque communauté, à chaque culture sa musique »), que ce monde singulier ne saurait se comprendre comme simple région, poreuse et floue, distinguée dans l'entrelacs des activités humaines et sociales, c'est aussi donner droit à l'existence d'une singularité au sein de ce monde-Musique : l'existence des œuvres d'art musicales, nouées autour de leur projet singulier d'*écoute* (laquelle ne s'aligne ni sur la *perception* psychophysologique ni sur l'*audition* savante). C'est donner droit à une pensée sensible singulière – la pensée musicale – se déployant à distance de toute constitution langagière de la pensée (la musique n'est pas un langage) comme de toute réduction du sensible au sensuel (le matérialisme vulgaire alignant le plaisir musical sur celui de la gastronomie ou de l'œnologie).

Déployer l'Idée musicienne d'un monde-Musique, c'est soutenir une conception non anthropomorphe de la musique et assumer une conception non anthropologique du sujet musical (lequel est l'œuvre et nullement le musicien ¹).

Méthode

Comment procéder pour ce faire ?

On le fera selon les principes de ce qu'on propose d'appeler une *pratique théorique* de musicien, laquelle constitue la troisième manière *mamuphi* de théoriser la musique à la lumière des mathématiques et à l'ombre de la philosophie ².

Trois types de théorisation

Résumons ici les trois grandes manières *mamuphi* de théoriser la musique qui s'attachent à trois types hétérogènes de subjectivité : respectivement celles du mathématicien, du musicologue et du musicien.

- La manière *mathématicienne* consiste à bâtir une théorie *mathématique* de la musique. Le grand Euler

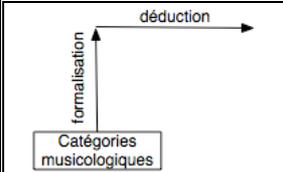
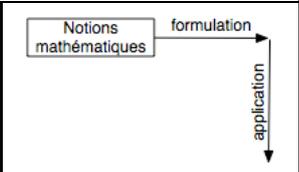
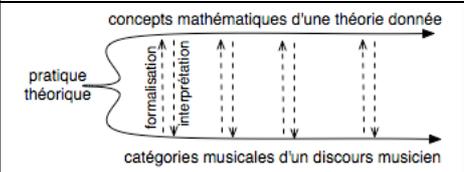
¹ L'œuvre est sujet de la musique (comme la théorie est sujet de la mathématique) selon un type de sujet tout à fait spécifique à la musique, qui n'est ni un sujet parlant, ni un sujet grammatical, ni un sujet sexué, ni un sujet conscient ou connaissant, ni un sujet social ou politique, ni un sujet de la perception ou de l'audition...

² Voir « *Théoriser aujourd'hui la musique à la lumière des mathématiques ? Un point de vue musicien.* » - Gazette des mathématiciens (janvier 2009, n°119 ; http://smf.emath.fr/Publications/Gazette/2009/119/smf_gazette_119_35-49.pdf)

nous en délivre le paradigme³. Dans *mamuphi*, Guerino Mazzola emblématise cette manière de procéder. Une théorie mathématique de la musique ne s'appuie pas directement sur la musique, sur des œuvres musicales mais procède de théories préexistantes de la musique, de préférence de nature musicologique (c'est-à-dire en extériorité savante et objectivante) pour les formaliser mathématiquement et déployer à partir de là des mathématiques contemporaines. Si l'origine d'une théorisation mathématique de la musique est une théorie musicologique, sa cible par contre est essentiellement mathématique : l'objectif est d'arriver, *avec la musique*, à faire des mathématiques inventives. Appelons *mathématisation* ou *formalisation* mathématicienne cette manière de procéder.

- La manière proprement *musicologique* procède à l'inverse : elle part d'une théorie mathématique existante pour entreprendre de l'appliquer à un problème musicologique (qui relève d'un savoir en extériorité sur la musique, non d'un faire de la musique) et bâtir une théorie *musicologique mathématisée* de la musique. Milton Babbitt puis David Lewin nous en délivrent à la fin du xx^e siècle⁴ le paradigme. Aujourd'hui dans *mamuphi*, Moreno Andreatta est le principal acteur de cette orientation. Appelons-la *modélisation* ou *application* musicologique.
- Reste la manière proprement *musicienne* qui se distingue de prime abord de la précédente en ce que le musicien est celui qui fait de la musique⁵ : ce qui l'anime, c'est la connaissance en acte et en intériorité subjective des œuvres qui font la musique⁶, bien plus que les savoirs musicologiques en extériorité objectivante sur la musique. À ce titre, la théorisation musicienne de la musique ne vise pas la production d'une théorie formellement détachable de son processus d'élaboration : elle est constitutive d'enjeux musicaux précisément situés⁷. On peut dire de cette pratique théorique qu'elle est une intervention qui s'épuise dans ses effets, ou qu'elle est un mouvement qui est à lui-même son propre résultat. Appelons *expérimentation* ou *pratique théorique* musicienne cette manière de procéder – mon propre travail dans *mamuphi* en délivrera ici un exemple –.

Résumons cette triplicité au moyen du tableau suivant :

	Mathématisation ou <i>formalisation</i> mathématicienne	Modélisation ou <i>application</i> musi- cologique	Expérimentation ou <i>pratique théorique</i> musicienne
			
Enjeux de cette théorisation :	faire de la mathématique en élargissant la puissance des mathématiques et consolidant leur unité	produire, en extériorité objectivante, de nouveaux <i>savoirs</i> sur la musique	Approfondir, en intériorité subjective, la <i>connaissance</i> musicale
Résultat de cette théorisation :	une théorie (mathématique)	une théorie (musicologique)	une idée (musicienne)

³ Voir « *Sur la formalisation par Euler du plaisir musical* » (Gazette des mathématiciens, juillet 2008 – n°117 ; http://smf.emath.fr/Publications/Gazette/2008/117/smf_gazette_117_35-47.pdf) et « *Pour des rapports d'un type nouveau entre mathématiques et musique, en germe dans l'échange Euler/Rameau de 1752* » (Journée « *Mathématique et musique* », SMF, Institut Henri Poincaré, 21 juin 2008)

⁴ Rappelons que la musicologie comme telle n'est apparue que tardivement : à partir du XIX^e siècle, sous la double influence du positivisme français et de l'historicisme allemand...

⁵ Il n'y a pas d'autre caractérisation du musicien que celle-ci : le musicien est celui qui fait *de* la musique.

D'où qu'en vérité « c'est la musique qui fait le musicien » (Karl Marx, *Manuscrits de 1844*) et non pas l'inverse (cet inverse que soutient l'axiome nihiliste de Duchamp : ce serait l'artiste – auto ou collectivement proclamé – qui ferait l'art...).

⁶ On distinguera soigneusement l'œuvre qui fait la musique du musicien qui fait *de* la musique (et qui est fait par elle)...

⁷ Rameau nous en délivre ici le paradigme s'il est vrai qu'il faut comprendre son entreprise théorique moins comme la production d'une théorie abstraite de la musique que comme intervention musicienne en faveur de cette musique harmonique que son époque mettait progressivement en cause - voir le tour violent et public qu'a pris cette ligne de partage à partir de la Querelle des Bouffons (1752) -. Sur ce moment capital (qui voit naître l'intellectualité musicale comme telle), on se reportera à la thèse (EHESS) de Nancy Mentelin-Diguerher.

	de la musique	de la musique	de la musique
La musique est :	une origine indirecte (médiée par la musico- logie)	une cible indirecte (médiée par la musico- logie)	un espace de pensée sensible
La mathématique est :	une cible	une origine	un espace de pensée
Les mathématiques concernées prennent la forme de :	<i>théories</i>	<i>formules & équations</i>	<i>concepts</i>
Les rapports musique-mathématiques privilégient :	les formalisations	les interprétations	les <i>raisonances</i> , donc les mathèmes

Théoriser la musique comme formant un monde à part entière (le monde-*Musique*) s'inscrit explicitement dans la troisième de ces orientations.

Une catégorie musicienne de « monde-*Musique* »

La première difficulté de ce projet est la suivante : le musicien ne dispose guère d'une catégorie musicale de *monde* adéquate à son projet, c'est-à-dire apte à s'ajuster à sa conception d'un monde-*Musique*. Il lui faut donc élaborer une caractérisation propre de ce qu'il entend par « monde-*Musique* ».

C'est en ce point qu'une telle pratique théorique du musicien trouvera un utile éclairage du côté de la mathématique, singulièrement de la mathématique contemporaine s'il est vrai qu'en matière de théorisation de la musique prévaut le principe du contemporain suivant : *théoriser la musique contemporaine suppose de théoriser contemporanément la musique* c'est-à-dire selon une conception contemporaine de la théoricité (de ce que *théoriser* veut dire).

Dans notre cas, théoriser aujourd'hui la musique comme monde impose de la théoriser selon une conception contemporaine de ce qu'est un monde, de ce que *monde* peut aujourd'hui vouloir dire.

C'est en ce point que la théorisation musicienne aura tout intérêt à s'adosser à la mathématique et à la philosophie, plus précisément à se déployer à *la lumière* de la notion mathématique de *topos* telle que Grothendieck et Lawvere l'ont constituée dans les années 1960 et à *l'ombre* du concept philosophique de *monde* tel qu'Alain Badiou l'a constitué depuis les années 1990 -.

Il s'agira donc ici de déployer une conception proprement musicienne du monde de la musique en prenant mesure à la fois de la régularité et de la singularité de la catégorie musicienne de monde-*Musique* par double confrontation avec la notion mathématique de *topos* et avec le concept philosophique de *monde*.

Précisons bien : pour le musicien, sa catégorie de monde-*Musique* opère comme un nom propre. Il ne s'agit donc pas d'abord pour lui d'un nom commun (« monde ») qui serait ensuite spécifié ou approprié à la singularité « musique ». Autant dire que le musicien ne se souciera pas de produire au préalable une catégorie générale de « monde » ; il se contentera de dégager rationnellement la pertinence proprement musicale de la catégorie, pour lui tout à fait unique, de « monde-*Musique* ». Mais il le fera adossé à la fois à la mathématique et à la philosophie de son temps, en sorte de mesurer la cohésion de son Idée musicienne d'un monde-*Musique* à l'aulne des notions et concepts afférents en mathématique et en philosophie contemporaines.

LES MORCEAUX COMME OBJETS DU MONDE-MUSIQUE

La première idée (musicienne) du monde-*Musique* sera celle-ci : le monde-*Musique* est le monde des morceaux de musique ; l'habitant comme l'acteur du monde-*Musique* n'est pas le musicien (lequel, on y reviendra, est plutôt un passeur évanouissant et pensif) mais le morceau musical.

Mais qu'est-ce exactement qu'un morceau de musique ?

La difficulté est ici analogue à celle que Leibniz avait relevé en matière d'être⁸ : un morceau de musique, pour être un *morceau*, doit aussi être un *morceau*.

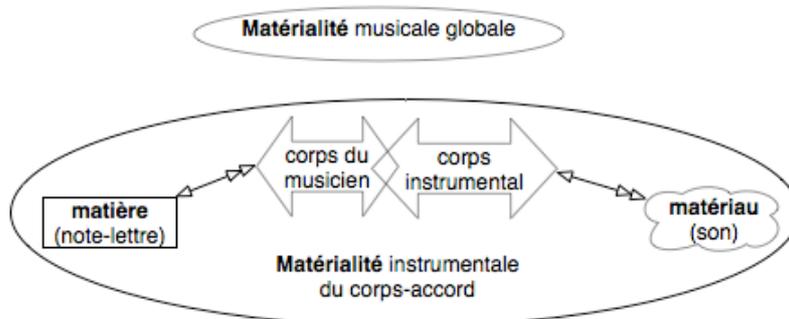
Un morceau, c'est un découpage musical fait dans la matérialité propre de la musique, c'est la production

⁸ « Je tiens pour un axiome cette proposition identique qui n'est diversifiée que par l'accent : *que ce qui n'est pas véritablement un être n'est pas non plus véritablement un être.* » (Lettre à Arnaud du 30 avril 1687)

d'un objet au sein de « la chose musicale », informe et illimitée.

Matérialité, matériau, matière

Quelle est la matérialité de cette chose musicale ? C'est une dialectique entre un matériau sonore et une matière scripturale (la note comme lettre de musique) qui se matérialise dans un corps à corps singulier ou *corps-accord* (interaction du corps physiologique du musicien et du corps mécanique de l'instrument de musique) – prosaïquement dit : la matérialité musicale procède du rapport qu'opère le jeu instrumental entre sons et notes. Au total la matérialité musicale procède d'un produit singulier et orienté⁹ entre matérialités scripturale, instrumentale et sonore.



Un morceau de musique, c'est une délimitation précise opérée dans cette « chose » musicale, dans cette activité incessante qui rapporte des sons et des notes. Appelons *morceau de musique* l'ensemble des exécutions musicales qu'autorise une partition donnée.

Quelle est alors la structure propre de ce compte-pour-un (des exécutions musicalement possibles d'une partition donnée) ?

La lumière des mathématiques peut aider le musicien à clarifier ce point.

C'est ce à quoi on procèdera en formalisant mathématiquement un tel morceau de musique comme un faisceau : la catégorie musicienne de morceau va ainsi s'avérer structurellement homologue à la notion mathématique de faisceau.

Formalisation du morceau comme faisceau

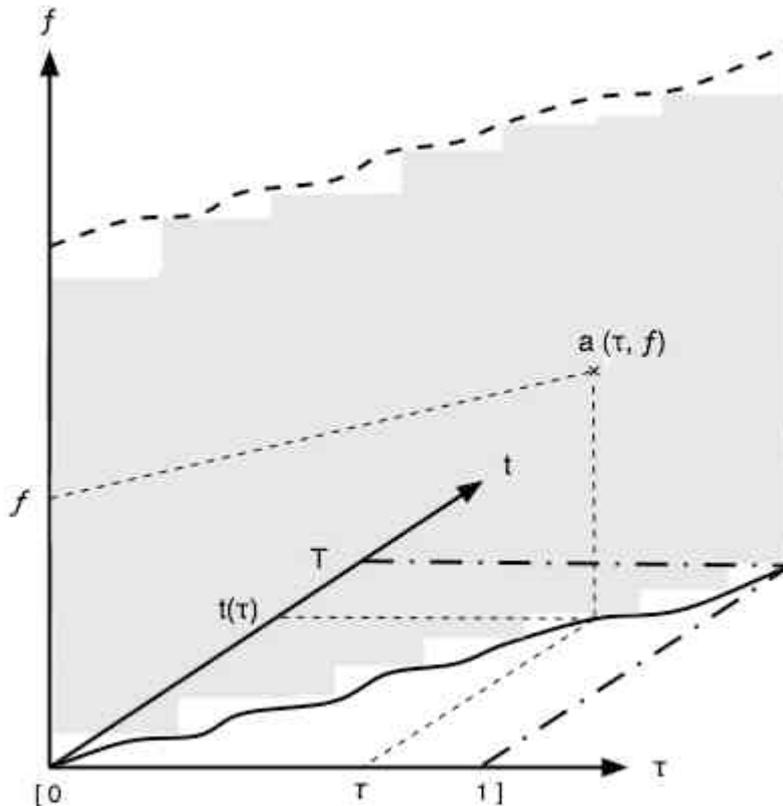
Donnons ici le principe de la formalisation¹⁰.

Toute réalisation musicale peut être vue comme la mise en correspondance, instant par instant, d'un sonagramme S et d'une partition P chronométriquement paramétrée par un indice t :

- d'un côté le sonagramme enregistre le matériau sonore en mesurant, à chaque instant t , la fonction $a_t(f)$ qui détermine l'amplitude instantanée de la fréquence f ;

⁹ orienté vers la production d'un son qui aura ceci de spécifiquement musical qu'il sera la *trace* (non substantielle) d'un corps-accord musical...

¹⁰ On se reportera, pour plus de détails techniques, aux notes *mamuphi* disponibles à l'adresse <http://www.entretemps.asso.fr/Nicolas/2008/Faisceaux.htm>



- d'un autre côté la partition transcrit de manière canonique (voir par exemple la norme Midi) ce même matériau sonore dans les catégories de l'écriture musicale (matière scripturale).

On trouve donc, au principe de cette mise en correspondance, un axiome proprement musical qui pose que toute réalité sonore devient musicale à mesure de sa (possible mais pas nécessaire) transcription dans le cadre propre à l'écriture musicale (qu'il s'agisse par exemple de la transcription d'une improvisation humaine, d'un chant d'oiseau ou d'une sonorité mécaniquement générée) : si le son musical ne procède pas nécessairement d'une écriture musicale préalable, par définition il est par contre inscriptible dans le cadre du solfège existant.

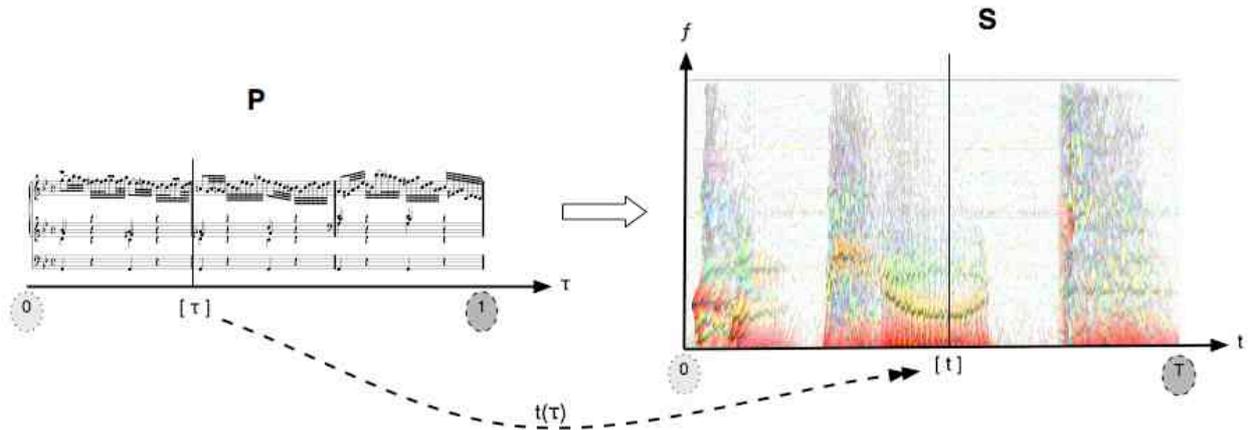
Ce principe implique deux choses :

- 1) le solfège doit évoluer au fur et à mesure des besoins propres du monde-*Musique* – conquête musicale de nouveaux territoires sonores - ;
- 2) cette écriture solfégique inscrit la structure proprement musicale du phénomène sonore considéré sans se soucier de le totaliser (l'écriture musicale n'est pas un enregistrement sonore) ; à ce titre, cette écriture inaugure ipso facto la possibilité proprement musicale d'une pluralité d'exécutions (ou interprétations) de la « chose sonore » enregistrée par le sonagramme et transcrite par le solfège.

Soit donc la partition P conçue comme un rouleau de papier, paramétré horizontalement par $\tau \in [0, 1]$.

Soit également le sonagramme S conçu lui aussi comme un rouleau de papier, chronométriquement paramétré par t et associant à tout instant t la fonction $a_t(f)$.

Une exécution musicalement valide de la partition P sera alors formalisable comme la donation d'une fonction $P \rightarrow S$ qui à tout instant τ de la partition associe le couple des fonctions $\{t(\tau), a_\tau(f)\}$ où $t(\tau)$ désigne un réel positif et $a_\tau(f)$ une fonction continue réelle positive.



Si l'on dote alors l'intervalle $[0,1]$ de la topologie intervallaire ordinaire (un ouvert est un intervalle ouvert $\Delta\tau$), la partition P se trouve ainsi dotée d'une topologie $\theta(P)$: un ouvert de P est la partie de P correspondant à l'intervalle ouvert $\Delta\tau$ de $[0,1]$. On voit alors qu'une exécution donnée associée à tout ouvert $\Delta\tau$ de P $[0,1]$ le couple des fonctions $\{t(\Delta\tau), a_{\Delta\tau}(f)\}$.

L'ensemble des exécutions musicalement valides d'une partition P donnée va donc avoir la structure d'un foncteur de la catégorie $\theta(P)$ vers la catégorie *Ens*.

Ce foncteur $\mathcal{F}(P)$ est clairement contravariant ; on a $\mathcal{F}(P) : \theta(P)^{op} \rightarrow \mathbf{Ens}$. On vérifie de plus facilement qu'il vérifie d'une part la propriété de *restriction* (toute réalisation sonore valide d'une partie ouverte U de P constitue une réalisation sonore valide de toute partie V de U), d'autre part la propriété de *recollement* (pour toute partie ouverte U de P et pour tout recouvrement ouvert U_i de U , si un ensemble d'interprétations $I_i(U_i)$ est tel qu'elles coïncident sur leurs parties communes, alors il existe bien dans le faisceau \mathcal{F} une et une seule interprétation I sur U dont les restrictions coïncident avec les précédentes I_i sur les différents U_i). Au total, ce foncteur est donc un faisceau.

On dira donc qu'un morceau de musique est le faisceau des exécutions musicalement concevables d'une partition donnée.

Portée de cette formalisation

Formaliser un morceau de musique comme faisceau des interprétations¹¹ d'une même partition ne constitue pas une simple opération « formelle » : cela permet de mettre au jour des propriétés décisives du morceau de musique.

En quel sens parler d'un morceau ?

Si l'on peut parler d'un morceau de musique, c'est parce que l'on peut musicalement compter pour un seul rapport le rapport d'une pluralité infinie d'exécutions sonores à une unique partition. En ce sens, l'un du morceau procède de la cohésion musicale d'un rapport (entre un nombre infini d'exécutions et une unique partition) ; à ce titre il mobilise un rapport entre deux nombres ($\infty | 1$ ou $\aleph_0 | 1$) sans pour autant relever lui-même d'un nombre. Mais, bien sûr, une fois cet « un » établi (sur la base d'une notion de faisceau plutôt que de nombre), il devient alors possible de le faire entrer dans un compte, de le décompter dans une liste de morceaux : c'est là l'enjeu propre de la bibliothèque des morceaux qui se trouve au principe de notre monde-*Musique*.

Cet *un* du morceau est intérieurement structuré : ce n'est pas un simple fourre-tout. Cet *un* relève d'un type très singulier de cohésion musicale : cohésion qui autorise de valider telle exécution sonore comme adéquate à telle partition (critère qu'on dira de véridicité ou de justesse musicale), cohésion qui procède d'un rapport local/global (que la notion mathématique de faisceau précisément exhause) s'il est vrai qu'elle opère de proche en proche – on ne joue et n'auditionne un morceau qu'ainsi –.

Formaliser un morceau comme un faisceau éclaire donc que l'un du morceau relève d'un type singulier de cohésion musicale qui autorise de parler de la même logique musicale à l'œuvre de proche en proche dans une infinité de situations sonores différentes.

Le morceau est l'objet musical

Cette formalisation rehausse la différence, musicalement capitale, entre objet musical et objet sonore :

¹¹ En toute rigueur, il faudrait distinguer *exécutions* des *pièces* de musique et *interprétations* des *œuvres*. On confond ici les deux dans la catégorie englobante de « morceau »...

non seulement l'objet musical n'est pas l'objet sonore, mais, plus encore, un objet musical n'est pas un objet sonore qui se trouverait « musicalisé ». En effet, « musicaliser » un objet sonore trouvé (mettons le chant d'un oiseau), c'est le transcrire dans le cadre d'une écriture musicale (quitte à devoir, pour ce faire, développer quelque nouvelle ressource du vieux solfège, par exemple en termes de micro-intervalles) ; c'est ce faisant ouvrir la possibilité de nouvelles exécutions sonores du chant d'oiseau initial (par exemple par une flûte jouée par un humain) en sorte que l'objet musical ainsi produit (qu'on pourra alors appeler « chant du rouge-gorge au lever du jour ») se trouvera doté d'une structure toute nouvelle de morceau de musique.

On voit ainsi pour quelle raison on ne saurait transiter d'un objet sonore à un objet musical (point sur lequel Pierre Schaeffer a lucidement buté dans son *Traité des objets musicaux*¹²) : il y a là un saut qualitatif, qui est précisément celui qu'autorise l'existence d'un monde-*Musique* entre choses sonores extérieures et objets musicaux endogènes.¹³

Un monde constituant

Le point crucial est le suivant : le monde-*Musique* est constituant de ses objets et non pas constitué par des objets qui lui préexisteraient. C'est l'existence d'un tel monde, centré (comme on va y revenir) sur une écriture qui lui est propre, qui autorise de délimiter, dans l'infinie diversité du sonore, ces objets spécifiquement musicaux que sont les morceaux de musique. L'événement constituant du monde-*Musique* est donc à chercher du côté de l'invention d'une écriture musicale spécifique, de l'invention donc du solfège.

LES INFLUENCES ENTRE MORCEAUX COMME RELATIONS MUSICALES DU MONDE-MUSIQUE

Le monde-*Musique*, s'il est bien le monde des morceaux de musique, est tout autant le monde des relations entre ces morceaux. Le monde-*Musique* en effet n'est pas une collection discrète, séparée de morceaux mais un réseau dense, un graphe incessamment ramifiée de ces morceaux.

Qu'est-ce alors qu'une relation *musicale* entre morceaux de musique ?

C'est une influence, une résonance, un écho, une variation, une contraposition, une citation, une référence entre morceaux de musique¹⁴.

Ces relations sont musicalement bien connues : ce sont celles qu'apprennent les musiciens, en particulier par analyse des partitions, et qui les font dégager par exemple les grandes Formes communes au répertoire classique (rondo, sonate, fugue...), les thèmes, les harmonies et les rythmes communs à différentes œuvres (cantus firmus, « accord de Tristan », « motif du destin »...). Ces relations entre morceaux sont activées par les exécutions qui, dans le cadre du concert, ont précisément pour objectif de les rendre sensibles, de les exhausser pour l'écoute.

Un exemple de concert

Donnons un exemple de la manière dont un concert, intelligemment conçu, rend sensibles certaines relations entre les œuvres musicales qu'il programme.

Soit ce programme du concert donné, en novembre 1995 (Théâtre du Châtelet, Paris) par l'EIC et le *Deutsche Kammerphilharmonie* sous la direction de Pierre Boulez :

- 1) Berg : 3 pièces de la *Suite Lyrique*, pour orchestre à cordes
- 2) Webern : Concerto op. 24.
- 3) Webern : 5 pièces pour orchestre (op. 10)
- 4) Schoenberg : *Von heute auf morgen*

Ce concert bénéficiait d'une unité *a priori* en raison de l'homogénéité stylistique des œuvres qui y étaient présentées (la seconde École de Vienne) mais il tirait son originalité de son ordre d'exposition, en partie à

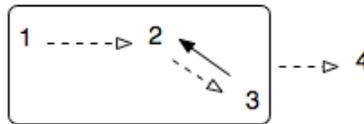
¹² « Le solfège, ici, s'arrête. La musique commence. En effet, le passage de l'objet à la structure, le sens que la structure donne à l'objet est la véritable naissance du musical. En musique traditionnelle, cela s'appelle la Théorie de la Musique, celle des gammes essentiellement. Nous avons dit que nous ne savions pas aller jusque-là. » (p. 578-579)

¹³ Indiquons au passage que les acousmaticiens les plus conséquents (tel Michel Chion) tirent eux-mêmes les conséquences de leur parti pris de refuser tout solfège musical en assumant radicalement de fonder un nouvel art qu'ils appellent « art des sons fixés ».

¹⁴ On n'oubliera pas, en ce point, de compter comme telle l'indifférence entre morceaux pour lui faire jouer la position de la relation *nulle*.

rebours de l'ordre chronologique, ce qui permettait de faire entendre des mouvements souvent obscurcis par une compréhension historicisante de la musique du siècle. Brièvement dit, les trois pièces de Berg enflammaient l'attention. Ensuite le concerto op. 24 de Webern nous ramenait à une ascèse du timbre pur, délivrant cette joie sans égale d'avoir l'impression d'écouter moins une flûte que « La Flûte ». Puis le concert revenait chronologiquement en arrière avec les cinq pièces pour orchestre op. 10, faites cette fois de timbres collectifs fascinants d'aplomb. L'œuvre conclusive de Schoenberg avait beau être un peu décevante (une comédie humaine mal enlevée et peu conforme au génie musical propre de Schoenberg...), l'ensemble se tenait et les différentes parties rétroagissaient entre elles, à mesure de l'intérêt d'avoir entendu l'opus 10 de Webern après son opus 24. En fait le concert s'initiait (comme concert et non plus comme collection) de ce geste de l'opus 24 à l'opus 10 (geste qu'on dira¹⁵ techniquement *motivé* par des commodités de plateau mais musicalement *mobilisé*).

Si ce qui identifie la dynamique propre de ce concert est la rétroaction de l'œuvre n° 3 sur l'œuvre n° 2 - effet à rebours de l'ordre d'exposition - avec projection finale de ce qui s'y comprenait du travail de Berg et Webern sur l'œuvre de Schoenberg, ce concert s'avère ainsi diagrammatisable :



Deux relations spécifiques

Deux types spécifiques de relations entre morceaux s'imposent de prime abord : l'*extrait* (qui dégage d'un morceau M ce qu'on appellera un sous-morceau $M' \subseteq M$) et le *recueil* (qui construit un « sur-morceau » R par assemblage de différents morceaux M_i : $R = \sum M_i$).

Comme on le pressent, ces deux types de relations musicales ne posent pas de problème particulier de formalisation dans notre cadre mathématique : ils correspondent à des relations qu'on dira de sous-faisceaux/sur-faisceaux.

La difficulté va être par contre de formaliser les autres relations musicales : les influences de types variés que le monde-*Musique* établit entre ses objets-morceaux.

Relations musicales...

Il faut à ce titre prendre mesure du fait que les relations en question sont, par définition, des relations spécifiquement musicales et non pas musicales (par exemple le fait que deux morceaux aient eu pour géniteur le même individu compositeur ne suffit pas, a priori, à établir à lui seul une relation musicale significative entre les deux morceaux), moins encore sociologiques (par exemple une éventuelle « musique française » ne saurait être la musique produite par « les/des Français »), ou littéraires (par exemple il ne va nullement de soi que tous les morceaux de musique mobilisant un texte de Mallarmé soient ipso facto en interaction musicale significative avec ce texte : tout dépendra a minima de l'intelligence musicale avec laquelle un tel texte se trouve ici mobilisé...), etc.

Plus profondément, ces relations proprement musicales entre morceaux (ou relations propres au monde-*Musique*) ne constituent pas des relations exogènes entre morceaux : elles ne viennent pas se surajouter extérieurement à ces objets musicaux que constituent les morceaux de musique mais elles leur sont intrinsèques. L'ordre d'exposition ici adopté (d'abord les morceaux, puis leurs relations) ne doit pas en effet être pris comme ordre « ontique » : si le monde-*Musique* est *constituant* des relations-influences comme il l'est des objets-morceaux, c'est parce qu'il l'est simultanément des deux composantes. Notre exemple précédent du concert le suggère clairement : rendre sensible une influence rétroactive de l'opus webernien 24 sur l'opus 10 passe par une nouvelle interprétation musicale et de l'un et de l'autre, donc par un déploiement musicalement effectif du faisceau des interprétations que chacun de ces deux morceaux constitue ; soit : rendre musicalement sensible une nouvelle influence entre deux morceaux (la faire musicalement « apparaître ») c'est simultanément rendre sensible une nouvelle dimension musicale interne de chacun de ces deux morceaux (les faire musicalement « apparaître » sous un nouveau jour).

Au total, le monde-*Musique* constitue ses objets-morceaux comme autant de paquets de relations tant intérieures (entre composantes et sous-morceaux) qu'extérieures (entre morceaux partageant telle composante ou tel souci, etc.).

Ceci suggère donc de concevoir musicalement un morceau comme l'ensemble des relations musicales

¹⁵ Voir la dialectique des motifs et des mobiles dans *L'être et le néant* (Sartre)...

qu'il entretient par lui-même avec tous les autres morceaux du monde-*Musique* (y compris les sous-morceaux qu'il rassemble) et ce, au titre d'une dimension fondamentale de ce monde qui est à sa connexité : en droit (il s'agit donc ici d'un axiome sur ce monde-*Musique*), ce monde est d'un seul tenant, et tout morceau est susceptible d'influencer *musicalement* tout autre¹⁶. Le monde-*Musique* n'est pas séparable en continents disjoints : la terre musicale est une Pangée, au demeurant comme l'histoire au XX^e siècle du jazz le montre bien¹⁷...

Lemme de Yoneda

Cette proposition consonne immédiatement avec le fameux lemme de Yoneda qui pose une homologie catégorielle stricte entre structure d'objets et structure des morphismes rapportant ces objets entre eux.

On se gardera cependant d'une transposition immédiate de ce lemme mathématique dans le monde-*Musique* en raison de la difficulté intrinsèque qu'il y a à formaliser/interpréter le monde-*Musique* comme un topos, difficulté qui, comme on l'a suggéré, tient essentiellement à cette question des relations musicales.

Notre formalisation en effet ne sait prendre mesure de la dimension spécifiquement musicale des relations (« influences ») entre objets du monde-*Musique* comme elle a pu le faire de la dimension spécifiquement musicale (« morceaux ») de ces objets : comme le petit exemple du concert le suggère, tout le travail musical concret consiste à mettre musicalement en œuvre le réseau dense des morceaux, d'une part en réinterprétant d'anciens textes musicaux (travail de développement concret d'un morceau-faisceau en matérialisant musicalement une potentialité interprétative jusque-là musicalement inaperçue), d'autre part en ajoutant de nouveaux morceaux au répertoire (à la bibliothèque existante des morceaux de musique).

Formaliser tout ceci sans tenir compte de la différence entre réellement et potentiellement existants n'est pas musicalement intéressant : pour le coup, la formalisation deviendrait purement formelle (sans capacité d'éclairer la chose musicale même).

Au demeurant, cette limitation proprement musicienne de la formalisation mathématique d'un monde-*Musique* est ce qui disjoint radicalement cette pratique théorique musicienne de la mathématisation à laquelle procède pour sa part le mathématicien Guerino Mazzola, ce qui conduit à poser la délimitation suivante : le monde-*Musique* dont il est ici musicienement question n'est pas le *Topos of Music* dont il est mathématiquement question dans l'ouvrage homonyme¹⁸.

Comme je l'ai suggéré précédemment, la pratique théorique du musicien (ou expérimentation d'une formalisation mathématiques-musique) mesure constamment ses effets non à une fin séparable (une théorie détachable, qui deviendrait outil distinct, appropriable en extériorité subjective) mais à elle-même, somme toute selon le même principe que la dialectique hégélienne assignait au travail du vrai : « *Le vrai est le devenir de lui-même* »¹⁹.

Pour qu'une formalisation mathématique des influences musicales entre morceaux devienne musicalement significative, il lui faudrait inscrire en son cœur la distinction ici non formalisée entre *potentiel* et *effectif* (autrement dit : entre « en droit » et « en fait ») : une chose est de poser qu'un morceau est le faisceau des exécutions musicalement acceptables d'une partition donnée, autre chose serait de formaliser l'ensemble des exécutions musicalement établies à un moment donné d'une partition donnée. Ceci impliquerait de s'engager dans un tout autre type de formalisation, type dont René Guitart nous avait suggéré le principe au début même de nos activités *mamphi* lorsqu'il indiquait (Ircam, 3 février 2001²⁰) qu'il conviendrait « *de voir une partition comme un site de Grothendieck, [...] une interprétation comme un faisceau sur ce site, et l'espace des interprétations comme le topos de ces faisceaux.* »²¹.

Question d'échelle

En ce point se dessine une bifurcation théorique : à quelle échelle introduire en musique la notion mathé-

¹⁶ On dira, cette fois mathématiquement, que le monde-*Musique* non seulement est connexe (il n'est pas partageable en continents ouverts disjoints) mais il est de plus connexe par arcs...

¹⁷ Le jazz n'a cessé d'être irrigué et d'irriguer en retour les autres formes de musique pour finir, après le free jazz, par se fondre dans le *main stream* de la musique contemporaine improvisée (voir exemplairement *l'Art Ensemble of Chicago*).

¹⁸ Guerino Mazzola : *The Topos of Music. Geometric Logic of Concepts, Theory, and Performance* (Birkhäuser Verlag, 2002)

¹⁹ « *Das Wahre ist das Werden seiner selbst.* » (Préface à la *Phénoménologie de l'Esprit*, §18)

²⁰ Voir sa contribution « Que peut-on écrire et calculer de ce qui s'entend ? » au volume *mamphi* « Penser la musique avec les mathématiques ? » - Delatour, 2006

²¹ p. 146 du volume...

matique de faisceau (et corrélativement celle de topos de faisceaux) ? À l'échelle – inférieure - d'une exécution donnée d'une partition donnée (comme Guitart le propose) ou à l'échelle – supérieure - d'un morceau donné (comme je le déploie) ? Dans le premier cas (Guitart), une interprétation sera un faisceau, une partition un site et un morceau un topos ; dans le second (Nicolas), un morceau sera un faisceau, une bibliothèque un site, et l'ensemble des morceaux un (éventuel) topos...

		<i>Guitart</i>	<i>Nicolas</i>
Une exécution		Un faisceau	Une section
Une partition		Un site	Un espace topologique
Un ensemble d'exécutions	= Un morceau	Un topos	Un faisceau
Un ensemble de partitions	= Une bibliothèque		Un site
Un ensemble de morceaux	= Un monde		[Un topos ?]

Mon hypothèse (musicienne) est que la bonne échelle (musicale) pour une formalisation en faisceau est celle du morceau de musique. Le prix formalisateur à payer pour cette décision est alors que le monde-*Musique* ne saurait être un topos de faisceaux que de manière formelle, trop formelle. À l'inverse la voie (mathématicienne) suggérée par Guitart permet certes de coupler les notions mathématiques de *faisceau* et de *topos*, mais le prix à payer est alors que chaque morceau de musique devient à lui tout seul un topos à part entière, autant dire un monde certes mathématiquement concevable mais non acceptable musicalement : j'ai suffisamment insisté sur l'importance musicienne de la catégorie de monde-*Musique* pour rehausser combien une formalisation de chaque morceau de musique comme monde à lui tout seul désorienterait l'Idéation musicienne de la musique que je poursuis ici.

Il est clair que le partage en ce point avec mon ami René Guitart relève d'un légitime partage entre subjectivités respectivement mathématicienne et musicienne : les connivences mathématiciens-musiciens comme les raisons mathématiques-musique ne constituent ni des alignements subjectifs, ni des (con)fusions de pensées...

L'ÉCRITURE MUSICALE – LE SOLFÈGE – COMME CENTRATION LOGIQUE DU MONDE-*MUSIQUE*

On l'a déjà souligné : au principe de la capacité musicale de faire monde se trouve l'existence d'une forme spécifiquement musicale d'écriture : le solfège.

Il s'agit là d'une invention relativement récente de l'humanité (qui a mobilisé, grosso modo, quelques siècles du Moyen-Âge), au demeurant une de ces rares inventions capitales qu'on ne doit pas aux Grecs (faute d'écriture spécifique ²², dans la Grèce antique la musique ne constituait pas un monde propre).

Elle confère au solfège le statut de véritable transcendantal du monde-*Musique* (au sens philosophique que Badiou donne à ce concept de *transcendantal*).

En poursuivant le fil de notre formalisation mathématique précédente, on dira que le solfège touche à ce que la mathématique des topos appelle un classifieur de sous-objets et qu'il indexe de la lettre Ω .

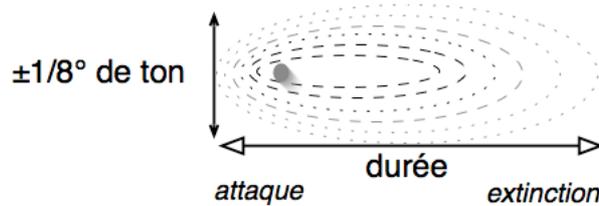
En suivant ce double fil (mathématico-philosophique), on posera que le monde-*Musique* dispose en son cœur d'un morceau central Ω constitué par le livre de solfège de référence (il va de soi que l'écriture musicale est en constante évolution : à la fois sa structure en notes plutôt qu'en neumes ne fait que se consolider – toute la récente norme Midi tourne autour de cette notion de note : *noteon/noteoff*... - en même temps qu'elle ne cesse de se diversifier, de se ramifier, de s'assouplir en fonction des besoins « transcendants » d'inscription musicale du sonore...).

Qu'est-ce que l'écriture musicale ? Qu'est-ce que le solfège ?

C'est une inscription spécifiquement musicale du son qui se centre autour d'une lettre spécifique : la note de musique.

Mais qu'est-ce que la note ? La note n'est pas tant un point (d'un espace paramétré et mesuré) que le pointeur d'un ouvert de cet espace, ou plus exactement d'une famille de voisinages ouverts qu'il est en effet commode de figurer par un simple point. Au total, la note de musique désigne ce qu'on appelle en topologie une famille d'ouverts :

²² La Grèce antique pratiquait de simples notations musicales, apparemment de type neumatique ou de tablature.



Les notations musicales – à distinguer de l’écriture proprement dite (de la lettre de musique) – vont alors servir à préciser la nature de la topologie en question - à la fois topologie des hauteurs et topologie des durées - par diverses notations de legato, détaché, staccato, vibrato, etc.

Au total le solfège se matérialise ainsi dans le produit d’une écriture et de notations diverses (d’agogique, de tempi, de modes de jeux, etc.). Il est de l’essence de ce solfège d’être au total hétérogène, redondant, « baroque » – il y va d’une capacité de ce solfège de permettre le jeu musical instantané (le corps-accord qui rapporte des sons à une partition) et toutes les tentatives de l’homogénéiser – essentiellement d’aligner la note de musique sur l’univocité du nombre²³ – ont musicalement échoué.

Toute la variance des exécutions-interprétations musicales d’une même partition se joue précisément au point où la note, par-delà son inscription ponctuelle (comme lettre musicale séparée), pointe en vérité une région topologiquement structurée.

Une algèbre d’ouverts

Tout ceci conduit à l’importante remarque suivante : le solfège musical doit être compris comme structurant la matérialité musicale selon une algèbre de Heyting (dont le modèle est l’algèbre des ouverts d’une topologie) plutôt que selon une algèbre de Boole (dont le modèle est l’algèbre des parties d’un ensemble). On sait, au demeurant, que le concept philosophique de monde chez Badiou exhause la logique propre de l’apparaître comme relevant d’une telle algèbre de Heyting (ce qui, au demeurant, participe chez lui de la distinction entre phénoméno-logique et onto-logique).

Une tradition « ensembliste » (voir désormais ce que la musicologie américaine appelle la *set theory*) tend à formaliser les groupes de notes comme des ensembles d’éléments : les accords comme ensembles harmoniques de hauteurs, les cellules comme ensembles rythmiques de durées, quand ce n’est pas les orchestres comme ensembles instrumentaux de timbres-intensités... Ce type de formalisation tend à effacer les principales propriétés musicales de ces groupes au profit de propriétés essentiellement combinatoires, c’est-à-dire abstraites – la *music theory* américaine, à la suite de son père fondateur Milton Babbitt, s’est fait une spécialité de cette réduction combinatoire qui mécomprend radicalement la pensée musicale à l’œuvre dans la musique de Schoenberg -²⁴.

Il faut, à rebours, formaliser le solfège comme algèbre d’ouverts, donc comme algèbre de Heyting. On ne fera ici qu’esquisser un tel programme.

Le silence

Rien ne matérialise mieux la spécificité de l’écriture musicale que cette marque absolument minimale constituée par la lettre de silence : \mathfrak{z}

Cette lettre représente ce qu’on pourrait appeler le phallus du solfège puisqu’il s’agit là d’un signifiant sans signifié : en effet, non seulement cette note ne représente directement aucune réalité sonore (le si-

²³ Voir exemplairement la tentative de Rousseau de remplacer la note de musique par le chiffre arithmétique...

²⁴ Voir à ce titre la sévérité vivifiante d’un Luciano Berio découvrant, atterré, en 1968 (*Meditation on a twelve-tone horse* - 15 juillet 1968, *Christian Science Monitor* ; trad. française dans le n°1 de la revue *Contrechamps* en septembre 1983 : *Méditation sur un cheval de douze sons*), le fétichisme combinatoire d’une *music theory* américaine mécomprenant les propositions musicales de Schoenberg et théorisant un supposé « Système Dodécaphonique » : « N’importe quelle tentative de codifier la réalité musicale en une sorte de grammaire d’imitation (je fais surtout référence aux efforts associés au système dodécaphonique) est une marque de fétichisme. [...] Les tentatives dans ce sens trahissent l’idée d’un langage musical basé uniquement sur des procédures de combinaisons d’éléments, ce qui, dans n’importe quelle discussion sérieuse sur la musique, est pour le moins à côté de la question. [...] Mélanger des notes avec l’illusion que l’on s’occupe de la formation de la musique, c’est comme utiliser les mots “paix” et “liberté” en parlant du Vietnam sans toucher aux relations fondamentales qui constituent le sens véritable et horrible de cette guerre pourrie. [...] Ce fait fondamental a échappé à ceux qui persistent à essayer de créer une utopie dodécaphonique de “cohérence dodécaphonique” en nous offrant de force, en guise de cadeaux douteux, des mélodies dodécaphoniques ».

lence musical qu'elle désigne n'est jamais un silence acoustique effectif – il y a toujours des bruits dans toute salle – mais seulement un *tacet* du corps-accord musical) mais elle ne représente même pas une durée empirique s'il est vrai qu'il faudrait lui adjoindre une notation de tempo (par exemple ♩ =60) pour que cette note désigne une durée chronométriquement significative (une seconde en l'occurrence).

Deux morceaux singuliers

Cette position « phallique » de la note de silence pour le solfège nous met sur la piste de deux morceaux de musique absolument particuliers :

- d'abord le morceau de musique *vide*, c'est-à-dire dépourvu de toute note de musique, morceau dont la partition associée correspond à une simple feuille de papier musicalement réglé : 
- ensuite le morceau de musique entièrement *silencieux*, dont la partition cette fois se réduit à une seule et unique note de silence : ♯²⁵.

On remarquera au passage qu'il convient, musicalement, de distinguer le vide du silence : le silence musical n'est aucunement un vide – ce point, bien connu des musiciens²⁶ (qui n'ont jamais cessé, depuis qu'existe le solfège, de composer avec ce silence), inciterait à examiner comment ce silence musical opère comme atome mobile apte à indexer tout morceau du monde-*Musique*.

Ceci nous met sur la piste de propriétés importantes de nos deux morceaux atypiques, respectivement *vide* et *silencieux* : ils se rapportent de manière singulière à tout morceau du monde-*Musique*, le premier en ce qu'il sert de point de départ à tout morceau (lequel repose en tout état de cause sur du papier musicalement réglé), le second en ce qu'il sert de sous-morceau indexant tout moment de silence musical interne à tout morceau.²⁷

Il est alors facile de reconnaître en nos deux morceaux atypiques les deux objets également atypiques qu'inclut tout topos : l'objet *initial* noté 0 (qui se rapporte à tout objet du topos) et l'objet *terminal* noté 1 (auquel tout objet du topos se rapporte).

On dira donc que notre monde-*Musique* distingue²⁸, parmi tous ses morceaux de musique, un morceau *initial* (le morceau *vide*) et un morceau *terminal* (le morceau *silencieux*).

Silence/bruit

Il faudrait également compléter l'examen du rôle capital joué en musique par le silence en traitant cette fois de la polarité qu'il constitue non plus, comme on vient de le voir, avec le vide mais avec le bruit : musicalement, le bruit est une saturation ; il indexe donc ce type de maximalisation proprement musicale que le solfège indexe de notations telle celle du « cluster ».

À ce titre, la polarité silence/bruit telle qu'elle est musicalement ressaisie (c'est-à-dire reconfigurée par le monde-*Musique*) peut être vue comme équivalent à cette polarité minimum/maximum qui réside au principe de toute algèbre de Heyting et que Badiou relève comme philosophiquement décisive (en matière, en particulier, d'événement).

Suggérons, par exemple, cette piste : de même qu'un événement au sens philosophique du terme est logiquement assignable à une torsion de l'algèbre transcendantale où ce qui jusque-là existait minimalement s'avère d'un coup (et en éclipse) valoir maximalement, de même le moment-faveur d'une écoute à l'œuvre est logiquement assignable au point de vertige où un type imprévu de silence s'avère d'un coup (et en éclipse) prévaloir auditivement sur tout bruit concevable...²⁹

²⁵ On pourra indexer la généralité de ce morceau silencieux au trop fameux 4'33" de John Cage...

²⁶ La déclaration de John Cage « *le silence n'existe pas* » relève de son nihilisme musical (qui pose qu'en musique comme ailleurs, « plutôt vouloir le rien que ne rien vouloir ») ; mais le silence musical, qui n'est pas le silence sonore, existe bien, il ne cesse d'ailleurs d'exister en de multiples points de tout morceau. De même le vide musical n'existe pas moins que le silence musical (a minima comme on l'a vu comme morceau vide de toute inscription proprement musicale).

²⁷ Remarquons au passage ce point : il n'est pas un morceau de musique qui ne fasse appel en quelque endroit à au moins une note de silence. Ce fait, aisément constatable, renvoie en vérité à une logique musicale intrinsèque essentielle : pas de musique qui ne respire et donc qui ne dialectise, à sa manière propre, ses sons et ses silences...

²⁸ Comme pour la mathématique, il faut préciser que de tels « morceaux » ne sont comptés-pour-un qu'à un isomorphisme près, toute feuille de papier réglé en équivalant ici tout autre, et de même pour tout morceau entièrement silencieux...

²⁹ Cette logique du renversement impromptu ne constitue-t-elle pas d'ailleurs un vieux topos de la pensée, par exemple lorsqu'Isaïe attendait l'arrivée de son dieu sous le signe d'un grand bruit, la décèle finalement dans le

Mais poursuivons notre exploration des principales propriétés musicales de notre monde-*Musique*.

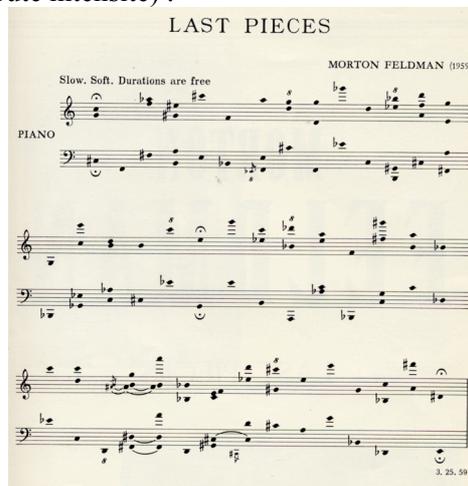
CERTAINS TYPES SPÉCIFIQUES DE MORCEAUX

Morceaux minimaux et maximaux

La pratique musicale conduit à distinguer certains types spécifiques de morceaux, par exemple ce qu'on propose ici d'appeler des morceaux *minimaux* et *maximaux*. Ces deux types de morceaux se caractérisent du point de leur rapport spécifique à l'écriture musicale : les morceaux minimaux et maximaux sont ceux qui mettent en jeu un rapport respectivement minimal et maximal à l'écriture musicale ; autrement dit, ce sont des morceaux tels qu'en-deça ou au-delà d'eux, l'écriture musicale se dissout dans des écritures non musicales (écriture littéraire par défaut, ou écriture numérique par excès). Donnons-en deux exemples.

Morton Feldman

Morton Feldman est emblématique de ces morceaux dont l'écriture est minimale, par exemple ce morceau dépourvu de toute durée (et de toute intensité) :



En-deça d'une telle écriture, on se trouve dans la pure et simple « partition verbale »³⁰, faite uniquement de mots et dépourvue de toute note, donc relevant d'une écriture ordinaire et non plus musicale.

Brian Ferneyhough

À l'inverse, prenons le cas de cette page d'une œuvre pour guitare solo de Brian Ferneyhough : *Kurze Schatten II* (1983-1989)

frémissement minimal d'un brin d'herbe ?

³⁰ Voir par exemple Stockhausen, à partir de 1968 : *Aus den sieben Tagen...*

Exécuter cette page de manière *exacte* ou *juste* s'avère impossible pour un corps humain ³¹.

Examinons par exemple la dernière mesure de cette page 6 d'un simple point de vue rythmique. La mesure délimite 33 quadruples croches (dans un tempo où la croche vaut 36 et donc la quadruple 288). La mesure au total vaut donc une blanche + une quadruple. Il y faut simultanément :

- partager les 4 premières croches en 7 (7:4) ³² en sorte de n'en jouer que la 6^o,
- partager la mesure (de 33 quadruples) en 4 en sorte d'attaquer la 2^o,
- partager la mesure en 5 valeurs en sorte d'en attaquer la 3^o,
- se livrer à des calculs supplémentaires encore plus détaillés si l'on veut respecter les silences écrits.

L'entreprise est humainement impossible. ³³

Au-delà de cette écriture, on se trouverait plongé dans une écriture de type mécanique (automates, ordinateurs) et le texte relèverait d'une écriture informatique (patches) plutôt que musicale.

CERTAINS TYPES SPÉCIFIQUES DE RELATIONS MUSICALES

Le monde-*Musique* permet de même de distinguer certains types de relations musicales entre morceaux (autant dire également entre parties d'un même morceau s'il est vrai que toute partie d'un morceau dispose intrinsèquement d'un statut équivalent de morceau ³⁴).

La philosophie de Badiou attire par exemple notre attention sur le rôle spécifique joué dans la structuration logique d'un monde par trois types de relations : dans le cadre de notre formalisation, ces trois types vont éclairer trois types d'interactions musicales.

Relation de dépendance

Le concept de *dépendance* (de l'objet B vis-à-vis de l'objet A, noté $A \Rightarrow B$) correspond, dans *Logiques des*

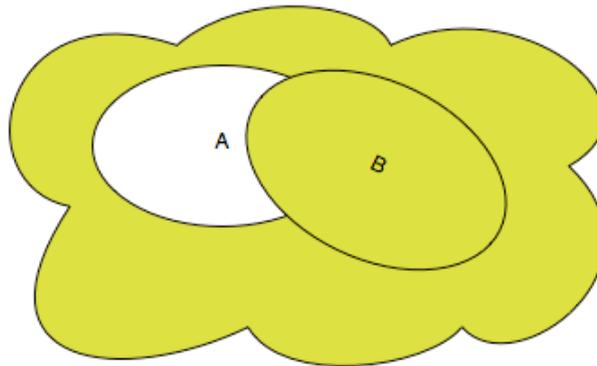
³¹ L'œuvre comporte 24 pages de cet acabit et dure globalement 14 minutes.

³² Comme pour compliquer encore l'écriture (s'il en était besoin...), la partition indique d'une noire entre parenthèses qu'il faut compter les durées comme doubles de leur valeur écrite !

³³ Est-elle pour autant musicalement absurde ? Cela ne va nullement de soi...

³⁴ Une relation entre parties d'un morceau est, dans notre formalisation, une relation entre (sous-)morceaux...

*mondes*³⁵, à la notion de pseudo-complémentation d'un objet relativement à un autre (dans un ensemble donné) : dans la logique des propositions, $A \Rightarrow B$ désigne « *non A ou B* » soit $\sim A \cup B$



Dans *Logiques des mondes*, un tel type de dépendance joue un rôle central entre les degrés du transcendantal d'un monde, c'est-à-dire dans l'algèbre de Heyting qui se trouve au principe de ce transcendantal.

Quel développement musical ?

En assumant ici de décaler sensiblement notre formalisation musicienne de la formalisation proprement philosophique de Badiou³⁶, j'avancerai que la catégorie de dépendance relative d'un morceau B par rapport à un morceau A peut nous mettre sur la piste d'une compréhension non implicative du développement musical, sur la voie d'un développement musical qui soit une variation-altération plutôt qu'une déduction. Précisons rapidement.

Pierre Boulez – dont on sait combien l'orientation constructiviste de sa pensée est étroitement associée à une thématization du discours musical comme langage³⁷ – exhause régulièrement la dimension déductive du développement musical : pour lui un compositeur est un musicien qui sait *déduire* les conséquences musicales de son matériau.

Le point est que si on note « \Rightarrow » une telle déduction (par exemple $T \Rightarrow T'$ désignera que l'objet-thème T' est déduit de l'objet-thème T), une telle opération n'apparaît nulle part comme telle lors d'un morceau de musique : ni dans la partition, ni dans l'exécution sonore. La seule opération phénoménale qui intervient musicalement est celle de *consécution*. Mais l'on sait parfaitement en musique que ce n'est pas parce que B suit A que pour autant A engendre B – c'est même très exactement le reproche que Boulez fait aux mauvais compositeurs : ils écrivent des successions qui ne sont pas des déductions -.

Pour ma part, j'ai toujours été très sceptique sur cette catégorie de *déduction* (qui, en deux mots, me semble relever unilatéralement d'un style constructiviste de pensée musicale) et j'ai plutôt cherché du côté de « développements » musicaux qui ne soient pas déductifs (sans être pour autant de simples collages éclectiques). D'où l'idée de concevoir le développement musical comme une variation-altération (*Veränderung*).

L'idée de « dépendance », formalisée avec un signe « \Rightarrow » ($A \Rightarrow B$) qui désigne cette fois non plus l'engendrement de B par A mais un nouveau site ($\sim A \cup B$) ajusté au degré d'altération que B comporte vis-à-vis de A, peut à ce titre s'avérer stimulante.

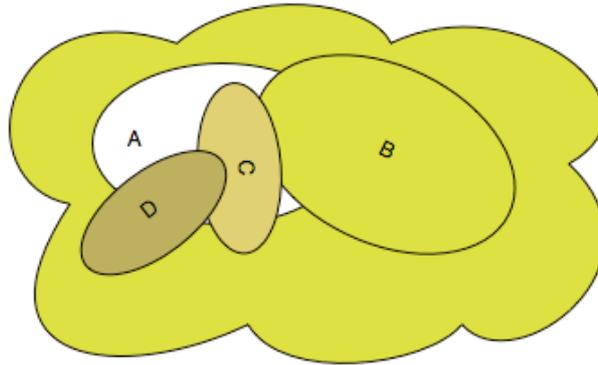
L'idée, très simple, est la suivante : B ajouté à A disjoint, dans la situation musicale de départ, deux nouvelles parties : d'un côté A rogné de B, de l'autre le reste.

D'où une série de variations-altérations qui vont successivement « éclairer » ce qui de l'objet A de départ (mettons le « thème » initial de notre situation) résiste :

³⁵ Lacan, pour sa part, a nommé cette relation celle du « ou aliénant » (27 mai 1964). Voir son exemple canonique : « *La bourse ou la vie !* Si je choisis la bourse, je perds les deux. Si je choisis la vie, j'ai la vie sans la bourse, à savoir, une vie écornée. » (Séminaire XI ; p. 192) Voir également « *La liberté ou la mort !* »...

³⁶ Les objectifs de notre pratique théorique diffèrent essentiellement des objectifs proprement philosophiques de Badiou, qui sont de fonder une Grande Logique philosophique, renouant dans les conditions d'aujourd'hui, avec l'ambition de Hegel et débordant de toute part la petite logique langagière qui encombre le paysage depuis le supposé « tournant linguistique »...

³⁷ Voir le livre collectif (à paraître chez Delatour) sur les écrits de Boulez...



Bref, il y a, en ce concept de « dépendance », matière à formaliser ce qu'il en est d'un développement musical qui enchaîne par succession sans à proprement parler déduire.

Relations de conjonction et d'enveloppe

Les relations de conjonction (\cap) et d'enveloppe (\cup)³⁸ désignent les relations d'un objet (ou d'une collection d'objets) à un maximum des inférieurs, et à minimum des supérieurs.

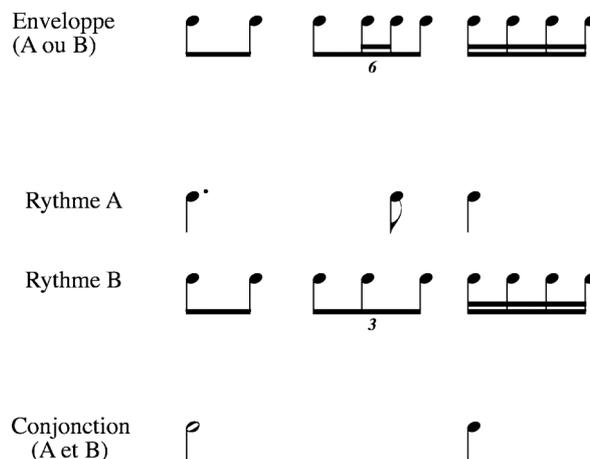
Or, il se trouve que l'écriture musicale fonde sa propre algèbre de Heyting sur une double relation d'ordre : horizontale par les durées, verticale par les hauteurs. On peut alors examiner de quelle manière proprement musicale chacune de ces deux relations d'ordre va ou non donner lieu à conjonction et enveloppe *musicales*.

Du côté des durées

Les relations de conjonction et d'enveloppe, propres à ce type d'algèbre, vont se retrouver directement dans le travail proprement musical du rythme.

- Les rythmes de conjonction seront ceux qui maximisent les durées en commun.
- Les rythmes d'enveloppe seront ceux qui minimisent les durées résultantes.

Soit, avec deux rythmes A et B donnés :



Du côté des hauteurs

Cette fois les relations de conjonction et d'enveloppe vont se retrouver dans le travail musical en matière d'harmonie et de timbre.

- Les fondamentales auront une fonction conjonctive en ce qu'elles maximisent les harmoniques générateurs.
- Les spectres auront une fonction enveloppante en ce qu'ils minimisent les harmoniques résultants.

Tout ceci peut s'illustrer dans l'exemple suivant bâti à partir du couple d'accords A et B.

³⁸ respectivement les *greatest lower bound* et *least upper bound* de toute algèbre de Heyting complète (de tout « lattice »).

Accord A Accord B

Enveloppe
(spectre)

Conjonction
(fondamentale)

Au total

Croisant cette fois hauteurs et durées, des relations plus globales de conjonction et d'enveloppe vont prendre la double forme suivante :

- un rythme conjonctif des fondamentales,
- un rythme enveloppant des spectres.

rythme enveloppant des spectres

rythme conjonctif des fondamentales

Où l'on voit donc que cette formalisation touche à la diversité immanente du travail musical qu'autorise le solfège conçu comme algèbre de Heyting :

	Conjonction \cap	Enveloppe \cup
Durées	Rythmes _{conj}	Rythmes _{env}
Hauteurs	Fondamentales	Spectres

D'autres types spécifiques de morceaux

L'intérêt – on l'aura compris – de cette pratique théorique (ou expérimentation du musicien) est d'explorer systématiquement les ressources propres du monde-*Musique* à la lumière de ce que les mathématiques et la philosophie nous disent être les ressources propres d'un monde.

Je le rappelle : pour le musicien, l'expression « monde-*Musique* » est un nom propre, unique, qui vient désigner l'Idée qu'il se fait de la musique comme espace de pensée singulier et connexe. Mais le musicien pensif entreprend de déployer son Idée de monde-*Musique* en en mesurant constamment la puissance à l'aune des notions mathématiques et concepts philosophiques apparentés.

À ce titre, la mathématique des topos et la philosophie des mondes nous oriente par exemple vers un examen plus particulier : s'il est vrai qu'un topos-monde se caractérise par sa fermeture immanente, c'est en particulier parce qu'il inclut les objets-limites propres à ce monde – si une série d'objets de ce monde, en relation réciproque, a pour cette relation une limite, alors cet objet-limite appartient également à ce monde (on ne sort donc pas d'un monde par passage à la limite d'une opération immanente) -.

Projectif/injectif en musique

Ceci concerne directement ce qu'on appelle, en langage catégoriel, les limites projectives et inductives d'un diagramme. Peut-on alors transposer en musique ces deux notions de limites projectives et inductives ? Ces notions mathématiques sont-elles susceptibles d'éclairer quelque point de l'activité musicale propre à notre monde-*Musique* ?

Suggérons ici une possibilité de faire raisonner en musique ce couple projectif/inductif : en matière de développement thématique.

On peut proposer de distinguer un thème projectif (correspondant à la situation du développement musical classique : le thème se trouve au principe même du morceau pour être ensuite varié, altéré) d'un thème inductif (une sorte alors de *co-thème* correspondant à un *co-développement* musical) où le thème n'apparaît cette fois qu'à la fin du développement (et non plus en son entame) : voir, par exemple, la *Fantaisie et fugue pour orgue sur « Ad nos, ad salutarem undam »* (1850) de Franz Liszt ou le premier choral pour orgue (1890) de César Franck...

On dira alors que chacun de ces deux morceaux produit sa propre limite inductive sous forme respectivement des sous-morceaux suivants :

Liszt

The image shows a page of musical notation for Franz Liszt's *Fantaisie et fugue sur « Ad nos, ad salutarem undam »*. The score is written for piano and includes a variety of musical notations such as chords, arpeggios, and melodic lines. It features dynamic markings like *Maestoso* (with a tempo of $\text{♩} = 58$) and *riten.* (ritardando). The notation is dense and characteristic of Liszt's style, with many accidentals and complex rhythmic patterns.

Franck

The image shows a page of musical notation for César Franck's *premier choral pour orgue*. The score is written for organ and features a more structured and rhythmic texture compared to Liszt's piece. It includes a key signature of three sharps (F#, C#, G#) and a time signature of 4/4. The notation is clear and emphasizes harmonic structure and rhythmic patterns.

Cette distinction, venue de la mathématique, entre limites projectives et inductives, suggère donc d'examiner les rapports entre différents opus d'un même grand Œuvre sous le même angle que celui qui rapporte les différents sous-morceaux d'un morceau thématique : *L'Art de la fugue* est-il par exemple un opus en position limite par rapport à l'Œuvre-Bach en matière de fugues, et, s'il l'est, s'agit-il là d'une

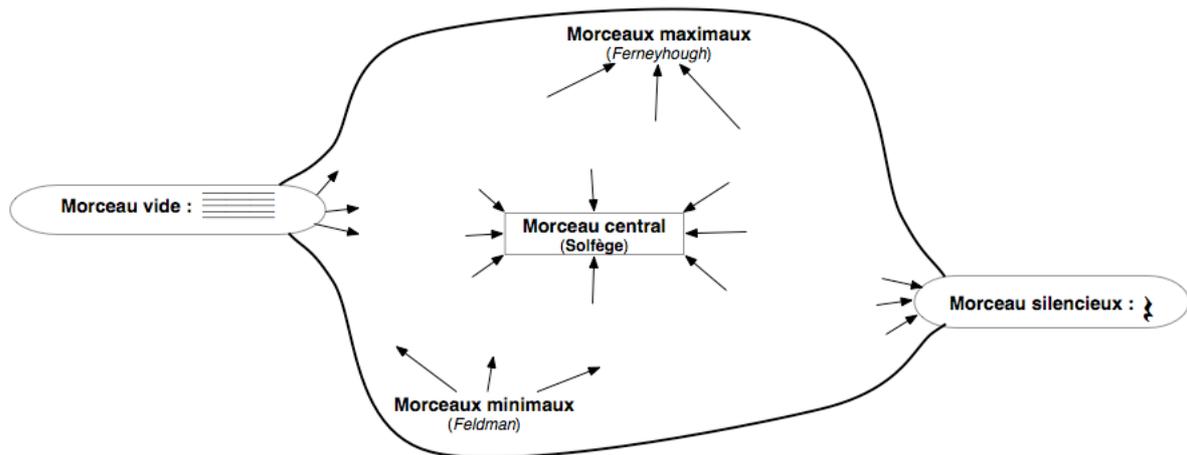
limite inductive ? De même pour l'opus 111 par rapport aux Sonates chez Beethoven ? À l'inverse, peut-on dire du II^o quatuor (avec voix) de Schoenberg qu'il est en position de limite projective pour toute son Œuvre ? Et de même pour le 1^o quatuor d'Elliott Carter ?

Réciproquement, nos morceaux minimaux et maximaux (cf. respectivement Morton Feldman et Brian Ferneyhough) correspondent-ils à de telles limites respectivement projectives et inductives ?

Sans trop nous étendre ici sur ces questions et bien d'autres, on voit combien une telle expérimentation formalisatrice peut tirer parti de la lumière venue des mathématiques et de l'ombre portée par la philosophie pour dégager une Idée musicienne plus précise de ce qui caractérise tel ou tel type de morceau.

UN MONDE-MUSIQUE À PART ENTIÈRE

Si l'on ramasse les propriétés les plus importantes de notre monde-*Musique*, on dégage ceci :



On peut alors rassembler dans le tableau suivant le jeu de la lumière apportée par la mathématique et de l'ombre portée par la philosophie sur le monde-*Musique*.

Lumière apportée par la mathématique des topos (Alexandre Grothendieck)	Monde- <i>Musique</i>	Ombre portée par la philosophie des mondes (Alain Badiou)
Faisceau	Morceau	Objet
Site	Bibliothèque	
Morphismes	Influences entre morceaux	
Objets initial 0 et terminal 1	Morceau vide et morceau silencieux	
Algèbre de Heyting	Écriture musicale	Intensité de l'être-là
	Silence et bruit	Minimum et maximum
	Rythmes et timbres	Conjonction et enveloppe
	Développement par altération	Dépendance
Objet Ω classifieur de sous-objets	Livre-morceau de Solfège	Transcendental
Objets-limites projectifs et inductifs	Développement/codéveloppement musical	
	Silences	Atomes
Catégorie et topos	Monde-Musique	Monde-Situation

Deux limitations

Rappelons, pour parachever cette rapide exploration, deux limitations intrinsèques à cette Idéation d'un monde-*Musique*.

L'œuvre musicale

On n'y distingue pas l'œuvre musicale de la simple pièce de musique et on indistingue les deux sous la catégorie générale de « morceau de musique ».

L'œuvre musicale se spécifie d'un projet d'écoute là où la pièce de musique ne mobilise que perception et

audition. Théoriser l'œuvre musicale, c'est alors théoriser l'écoute musicale qui s'y trouve à l'œuvre sous l'hypothèse fondamentale suivante : on n'écoute une œuvre que pour autant que celle-ci s'avère être elle-même écoute de la musique qu'elle porte. Dit autrement : on ne saurait écouter une œuvre que si l'on accepte, en un moment précis, parfaitement objectivable et qui dépend très fortement de l'interprétation musicale qui en est offerte, d'être à l'improviste ravi par elle en sorte d'épouser son cours de l'intérieur, d'être incorporé à sa propre écoute musicale : écouter une œuvre, c'est refuser de s'attacher à son fauteuil comme Ulysse l'avait fait à son mât, sans se boucher les oreilles comme ses compagnons avaient préféré le faire, et ainsi se donner les moyens d'être happé par le chant de l'œuvre-Sirène. Ce rapt musical est ce qui différencie intrinsèquement une œuvre musicale d'une simple pièce non pas que l'œuvre soit ce qui vise à ravir son auditeur mais tout au contraire que l'œuvre soit ce qui se dote d'un projet si intrinsèquement captivant qu'il devient apte à ravir tout auditeur pour peu que celui-ci ne se cramponne plus à ses habitudes auditives et laisse grande ouverte son attention auditive (préécoute).

À l'ombre de la philosophie de Badiou, l'œuvre musicale s'avère occuper la place du sujet musical. Il s'agit là d'une dynamique toute particulière qui ne procède pas immédiatement de l'existence du monde-*Musique* mais qui suppose l'intervention de quelques déterminations supplémentaires : philosophiquement dit, un événement venant indexer un bouleversement logique du transcendantal, l'émergence d'un corps de vérité... ; musicalement dit : l'émergence de quelque *intension* musicale singulière ouvrant à stratégies à l'œuvre...

LE MUSICIEN

« *Sed omnia præclara tam difficilia quam rara sunt.* »³⁹ Spinoza

Si l'œuvre de musique excède la pièce de musique par le jeu d'une *intension* stratégique (qu'on appelle en musique *écoute*) venant se surimposer au jeu ordinaire du morceau de musique (à sa logique de développement), le musicien, lui, est ce qui vient à manquer au morceau de musique (à l'objet musical) en ce qu'il n'en constitue qu'un passeur évanouissant : il lui prête son corps physiologique le temps d'une sorte de calcul différentiel en sorte qu'une fois l'intégrale produite, la quantité différentielle provisoirement nécessaire s'évanouit dans le résultat.

Le musicien n'est ni habitant du monde-*Musique*, ni objet de ce monde, et moins encore sujet.

Il n'est pas à proprement parler acteur de la musique, acteur de ce monde-*Musique* ; il est un simple passeur. Je prétends que tout musicien (rappelons : il n'est pas d'autre définition du musicien que celui qui livre son corps et son langage à faire de la musique) le sait pertinemment même s'il n'a pas l'habitude de le formuler en ces termes. Le musicien est un individu qui passe son temps à entrer et sortir du monde-*Musique*, qui se trouve ainsi déchet (rejeté) chaque fois que la musique s'arrête et qu'il lui faut par exemple saluer la salle de son corps devenu maladroit.

Le musicien, en vérité, est un mille-feuilles, un *dividu*, constamment partagé entre différents mondes qu'il visite sans jamais les habiter en sédentaire : le monde-*Musique*, le monde amoureux qu'il forme par son couple, le monde de la politique dans laquelle il peut être amené à militer, et même le monde de la mathématique qu'il peut également visiter en amateur, pour tirer parti de sa lumière propre.

Le musicien, ainsi divisé, décheté du monde-*Musique* une fois son travail fait, devient spontanément pensif : « que m'est-il arrivé ? à quelles conditions vais-je pouvoir prolonger mon expérience musicale si intense et si déstabilisante quand il me faut bien retrouver la survie animale quotidienne ? ». C'est en ce point qu'il entreprend de forger cette Idée musicienne de la musique, du monde-*Musique*, de ses œuvres. C'est en ce point qu'il peut se tourner vers la mathématique et la philosophie non exactement pour en faire⁴⁰ mais pour y puiser courage sous le signe, somme toute si précieux et si rare, d'une Idée, telle celle du monde-*Musique*.

³⁹ « *Mais les choses précieuses sont aussi difficiles que rares.* » Derniers mots de l'*Éthique*

⁴⁰ À tirer parti de la lumière mathématique, le musicien n'est pas plus mathématicien qu'il n'est philosophe à tirer parti de l'ombre portée par l'oiseau de Minerve.