

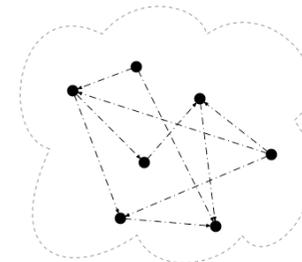
B.VIII. L'objet musical : le morceau de musique

Abordons maintenant le cœur même de notre théorisation d'un monde-*Musique* : la caractérisation d'abord de ce qui constitue l'objet de base de ce monde, l'objet musical donc - ce sera le morceau de musique - ; ensuite la caractérisation des relations qu'entretiennent *dans ce monde* ces objets du monde, soit les relations *musicales* qui trament le monde-*Musique* (ce sera l'enjeu du prochain chapitre) ; enfin la structure générale du monde-*Musique* qui en découle, son ossature globale donc (le chapitre B.X y sera consacré).

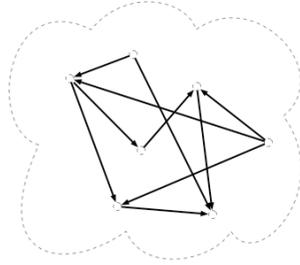
1. Un ordre didactique de présentation

En circulant ainsi des objets vers les relations qui les enserrent, nous retenons un mode d'exposition qu'on dira *didactique* : la catégorie de morceau de musique est en effet plus immédiatement appropriable que celle de relation musicale entre morceaux.

Cet ordre n'est cependant pas anodin : il laisse entendre que les relations musicales seraient *constituées* à partir d'objets musicaux préexistants, quand on peut soutenir à l'inverse qu'un monde se constitue phénoménalement à partir de ses relations plutôt que de ses objets, le réseau dense des relations de ce monde étant ainsi *constituant* d'objets qui vont alors apparaître comme concrétion des nœuds de ce réseau, comme coagulation des carrefours entre diverses relations, comme sédimentation des points de rencontre entre flèches :



objets → relations :



relations → objets :

Logiques des mondes nous a ainsi rendu attentifs à la primauté constituante de la relation en matière de logique phénoménale - de phénoméno-logique mondaine (plutôt que d'onto-logique) - ce qui est précisément le cas dans notre monde-*Musique*.

Cette constitution « mondaine » (relations→objets) ne sera cependant pas absente de notre présentation didactique – qui globalement circule à l'inverse - car chacun de nos objets va s'avérer caractérisé comme ensemble... de relations ! On va donc en réalité avoir à faire à un enchevêtrement de relations qui, par bien des aspects, ressemble à l'enchevêtrement du multiple dans la présentation axiomatique de la théorie des ensembles puisqu'un ensemble s'y trouve défini comme ensemble... des ensembles qui lui appartiennent.^a

Un des enjeux de notre mode de présentation du monde-*Musique* est précisément de démêler didactiquement cet enchevêtrement. Ceci va passer par une présentation dissymétrique de nos objets et de nos relations :

- les objets musicaux viendront en premier, et il n'y en aura qu'un type : le morceau de musique ;
- les relations musicales viendront en second, et il y en aura plusieurs types.

2. L'un de l'objet musical

« Je tiens pour un axiome cette proposition identique qui n'est diversifiée que par l'accent : que ce qui n'est pas véritablement un être n'est pas non plus véritablement un être. » Leibniz¹

La première difficulté va être la suivante : en quel sens peut-on délimiter *un* objet musical dans le tissu dense et connexe du monde-*Musique*, en quel sens peut-on compter pour *un* quelque « chose » du monde-*Musique* en sorte de le rendre ainsi susceptible d'être nommé *objet* ? En quel sens peut-on découper

^a Par bien des aspects, on pourrait dire que, dans la théorie des ensembles, la relation d'appartenance (\in) est *constituante* des ensembles.

de l'un objectal dans l'étoffe musicale du monde-*Musique* en sorte de n'être pas indéfiniment renvoyé à la dispersion du multiple, à sa pulvérisation brownienne ? Comment caractériser en musique la stabilité phénoménale d'une figure d'objet ?

Où l'on s'affronte ainsi à la classique proposition leibnizienne : pour être un *objet*, encore faut-il être *un* objet ; ce qui n'est pas *un* morceau ne saurait être un *morceau*.

Cette difficulté est abondamment exploitée par un courant sophistique s'attachant en musique à déconstruire toute figure d'*un* du morceau ou de l'opus musical selon les paradoxes suivants :

- si on définit l'opus de musique par sa partition, alors l'*Appassionata* n'est qu'un être de papier qui ne saurait être compté comme *un* puisqu'une génétique appropriée des textes permet de disqualifier le principe même d'*un Urtext* ;
- si on définit l'opus par sa matérialité sonore, alors il y a au moins autant d'*Appassionata* qu'il y en a d'exécutions différentes ;
- si on définit l'opus par son effet perceptif, alors il y a autant d'*Appassionata* qu'il y a d'auditeurs différents des différentes exécutions ;
- *ad libitum*...

Où l'on retrouve les trois volets de toute problématique de « la communication » : l'un du « message » est déconstructible selon son amont (la genèse), selon son médium (la sémiologie), et selon son aval (la réception).

Bref, il n'y aurait d'*un* du morceau que pour des nominalistes acceptant de se fier à l'unicité formelle d'un nom...

3. Fil conducteur

Sans nous laisser intimider par cette sophistique, posons que l'objet musical est le morceau de musique et caractérisons le morceau de musique comme *correspondance entre une partition donnée et l'ensemble des exécutions auxquelles elle donne musicalement droit*. La difficulté leibnizienne de l'un va alors se concentrer sur notre capacité de faire *un* d'un tel type de *correspondance*.

Pour ce faire, nous allons procéder par étape. Nous allons formaliser

1. une exécution d'une partition donnée comme *une fonction*,
2. puis l'ensemble des exécutions d'une même partition comme *un foncteur*,
3. et enfin la correspondance générale comme *un faisceau*.

Dans ces trois étapes cumulatives, nous allons prendre appui sur la capacité mathématique de construire de l'un – successivement l'un d'une fonction, l'un

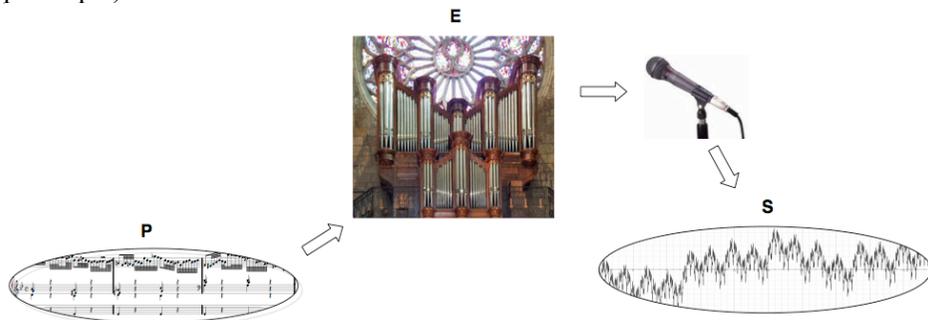
d'un foncteur, l'un d'un faisceau – pour dégager de quelle manière proprement musicale un morceau de musique est susceptible de faire *un*.

Nous aboutirons ainsi à notre thèse fondamentale : *un morceau de musique est le faisceau des exécutions qu'autorise une partition donnée.*

4. Dispositif expérimental

Mais d'abord, qu'est-ce qu'une exécution d'une partition donnée ?
Construisons pour cela en pensée un dispositif expérimental avant de le formaliser.

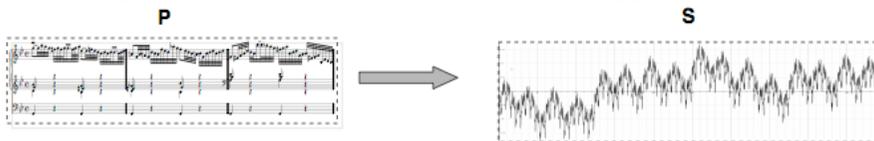
On part d'une partition donnée P.
On suppose qu'un musicien exécute cette partition P sur l'instrument de musique adéquat et génère ainsi une trace sonore de ce corps-accord. Appelons E cette exécution.
On suppose qu'on enregistre cette trace sonore sous forme d'un signal (monophonique) S.



On pose que l'enregistrement S (fut-il monophonique) permet de distinguer l'exécution en question E : une autre exécution E' de la même partition P génèrerait un autre enregistrement S'.

Techniquement dit, l'application $E \rightarrow S$ est injective : $E \neq E' \Rightarrow S \neq S'$

On va donc pouvoir expérimenter directement sur le rapport $P \rightarrow S$:

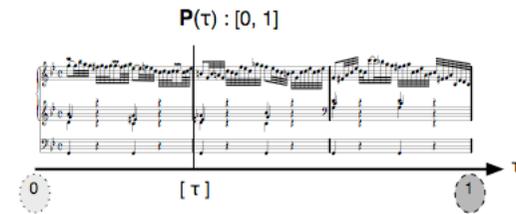


5. Formalisation (1) : une fonction

On va formaliser une exécution E de la partition P comme la mise en correspondance fonctionnelle de la partition P et d'un signal acoustique S :

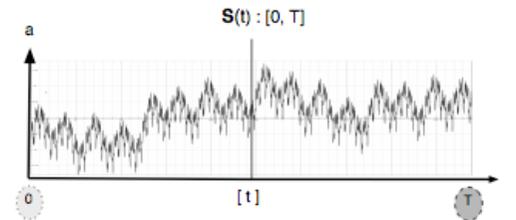
$$P \xrightarrow{E} S$$

- Représentons pour cela la partition P comme un rouleau d'un seul tenant, dévidable d'un bout à l'autre. Elle est indexable horizontalement selon un paramètre τ évoluant canoniquement entre 0 (début de la partition) et 1 (double barre finale) :



Ce paramètre τ constitue une mesure de l'espacement horizontal de notre partition : par exemple, $\tau=0,25$ indiquera le point de partage 1/4 | 3/4 de notre rouleau.

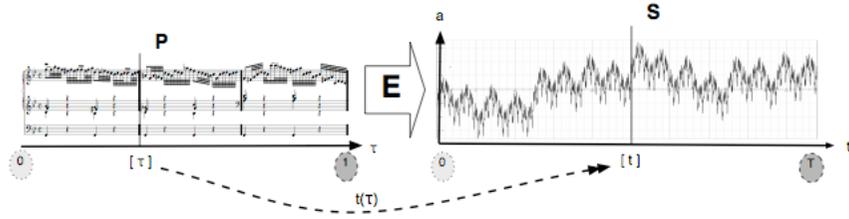
- Représentons le signal S par une courbe d'amplitude (décibels à valeur dans \mathbb{R})^a, paramétrable horizontalement selon un temps chronométrique t évoluant entre 0 et T (début et fin de l'enregistrement) :



Cette représentation temporelle du signal selon une courbe de pression est classiquement produite par l'oscilloscope.

- L'exécution E devient alors formalisable comme la fonction qui à tout « point » P(τ) associe l'amplitude S(t) :

^a Une telle courbe suffit à représenter l'ensemble des informations contenues dans le signal. C'est elle qui est d'ailleurs à l'origine de la restitution du son via les déplacements de la membrane d'un haut-parleur.



La fonction E

Comment cette fonction opère-t-elle exactement ?

Il faut pour cela décomposer E : $P(\tau) \rightarrow S(t)$ en deux volets distincts : $\tau \rightarrow t$ et $t \rightarrow S$.

En effet, cette fonction E associe à tout nombre réel $\tau (\in [0, 1])$ deux nombres réels :

- un premier nombre réel $t (\in [0, T])$, soit $t(\tau)$ avec, bien sûr, $t(0)=0$ et $t(1)=T$; cette composante convertit un espace horizontal (paramétré par τ) en temps chronométrique (paramétré par t) ; elle mesure donc l'agogique (tempo, rubato, phrasé, etc.) propre à l'interprétation E - appelons-la composante *tempo* ;
- un second nombre réel $S(t)$ ou $S[t(\tau)]$ qui mesure cette fois l'amplitude du signal résultant à l'instant $t(\tau)$ - appelons-la composante *amplitude*.

On notera donc cette fonction E ainsi :

$$\tau \in [0, 1] \xrightarrow{E} \{t, S(t)\} = \text{tempo} \otimes \text{amplitude}$$

L'idée est bien sûr qu'il existe un contrôle musical immanent qui permet de valider ce type de correspondance et qui autorise donc le musicien à dire : « ce qu'on entend en t constitue bien une exécution musicalement recevable de ce qui est écrit et noté en τ » ; ou, tout au contraire, de trancher : « non, ce qu'on entend en t n'est pas recevable comme exécution en τ de la partition P, il y a là trop de fausses notes » ; ou encore : « on s'est trompé d'enregistrement ! : au lieu d'auditionner la Fantaisie opus 17 de Schumann, on est en train d'entendre... le discours du 30 mai 1968 de De Gaulle ! ».

Mieux : ce contrôle musicien est ici tenu pour « objectif » : il relève d'une audition attentive et savante ; son diagnostic donc ne partage pas les subjectivités (à preuve

d'ailleurs que les techniques de reconnaissance des sons permettent aujourd'hui de mécaniser ce contrôle ^{a)}).

Intervalles

Raisonnons maintenant sur des intervalles $\Delta\tau/\Delta t$ plutôt que sur de purs « instants » τ/t .

La fonction E va associer au texte de la partition correspondant à l'intervalle spatial $\Delta\tau$ le résultat sonore constaté pendant l'intervalle temporel Δt équivalent.

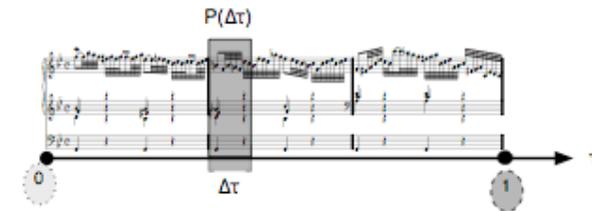
On appellera « moments » nos intervalles et on dira que l'exécution E fait correspondre à un moment donné de la partition un moment précis de l'enregistrement S.

Topologie

Faisons la remarque suivante, qui va être d'une grande importance pour la suite de notre formalisation : la partition P peut être ainsi dotée d'une structure d'espace topologique à partir de la topologie naturelle des intervalles sur $[0, 1]$ (dans \mathbb{R}).



Un ouvert de P sera la bande verticale de P correspondant à un intervalle $\Delta\tau$ horizontal ouvert donné sur $[0, 1]$:



Notons $P(\Delta\tau)$ ce moment de la partition P délimité par l'intervalle $\Delta\tau$.

Au total, la fonction exécution E fera correspondre, à tout ouvert $P(\Delta\tau)$ de l'espace topologique P (notre partition-rouleau), le couple de deux fonctions (définies sur $\Delta\tau$) : $\{t(\tau), S(t)=S[t(\tau)]\}$.

^a Voir par exemple le « suivi de partition » mis en place à l'Ircam qui permet à l'ordinateur, branché sur un micro ou d'autres capteurs, de suivre en temps réel ce que fait l'exécutant d'une partition donnée.

Remarques

1) Notons que dans notre topologie, un ouvert de la partition est constitué à partir de tranches verticales couvrant toute la hauteur de la partition :



Notre topologie ne prend donc pas en compte des parties de la partition P qui seraient autrement délimitées, telle une voix d'une polyphonie, un pupitre d'un ensemble orchestral, ou tout autre partie de ce type :



Nos parties ouvertes restent strictement indexées par le seul curseur horizontal. Pourquoi ? Parce qu'il ne serait pas possible d'associer à d'autres types de parties une composante particulière de notre signal. En effet, les harmoniques des différentes parties simultanées se mélangent acoustiquement – ce mélange acoustique est consubstantiel à la logique musicale, et n'est pas un attribut latéral et contournable – si bien qu'on ne saurait isoler *fonctionnellement* dans le signal global résultant ce qui reviendrait en propre à toute partie de la partition. La décision musicienne de formaliser l'exécution E comme fonction $P \rightarrow S$ nous impose donc le choix d'un découpage de P par tranches verticales, par « moments » musicaux donc.

Une représentation plus sophistiquée du signal que notre simple courbe de pression – une représentation fréquentielle du signal par exemple, mieux un sonagramme (combinant donc amplitudes et fréquences) – ne changerait rien à ce point de réel : dès que la partition devient un peu complexe musicalement (partition d'orchestre par exemple), il ne saurait y avoir de correspondance fonctionnelle entre n'importe quelle région de la partition et une région acoustiquement délimitée dans l'enregistrement (par exemple une zone précise du sonagramme).

Il en va là de ce que l'on a déjà relevé comme point de réel de la musique – ce point de réel qu'on retrouvera sous la plume même d'un Pierre Schaeffer (B.XIII) - : il n'y a pas de véritable transitivité entre *musical* inscriptible et *sonore* perceptible.

2) Conformément à l'axiome de base d'une topologie (prescrivant que l'union d'ouverts constitue un ouvert), on posera que l'union de moments (verticaux) constitue elle-même un moment. Un moment pourra donc être lui-même composé de différents intervalles verticaux (spatiaux ou temporels) non connexes. Appelons un tel type de moment un *quodlibet* (ou *pot-pourri* fait par assemblage de moments disparates choisis dans notre unique partition P).

3) Pour les mêmes raisons de principe propres à toute topologie, toute intersection d'un nombre fini d'ouverts constituera également un ouvert.

4) Notons $\theta(P)$ l'ensemble des ouverts (connexes ou non) ainsi définis sur la partition P. $\theta(P)$ caractérisera la topologie ainsi constituée sur P.

6. Formalisation (2) : un foncteur

Comment formaliser maintenant l'ensemble des exécutions E qu'autorise une seule partition P donnée ?

Tout musicien sait en effet qu'il n'existe pas une seule et une unique exécution musicalement recevable d'une même partition : celle-ci structure l'algèbre du résultat sonore escompté mais, sur cette algèbre d'écriture, de nombreux voiles sonores (de nature cette fois topologique) sont jetables.

Tout de même que la mathématique nous apprend^a qu'une même structure algébrique peut supporter une infinité de topologies différentes, tout de même la musique nous apprend qu'une même algèbre d'écriture (notes) est compatible avec une infinie diversité de phrasés, de rubatos, d'inflexions, de nuances.

Le rapport entre l'unique algèbre écrite de la partition et l'infinie diversité des nappes sonores compatibles avec cette structure algébrique ressemble ainsi au rapport entre mâts et toile dans un chapiteau de cirque : la forme globale du chapiteau va résulter de l'interaction entre une algèbre de mâts et la malléabilité d'une toile jetée sur cette forêt de pylônes. On comprend qu'à une même disposition des poteaux pourra correspondre une diversité significative de profil final du chapiteau selon que les toiles jetées sur cet échafaudage seront flexibles ou rigides, lâches ou tendues, etc.

^a C'est l'affaire propre de l'algèbre topologique...

Foncteur

Soit E_n une exécution particulière de la famille E_i (dénombrable et potentiellement infinie) des exécutions concevables de la même partition P et soit S_n le signal acoustique qui en résulte par enregistrement.

L'exécution E_n sera notée ainsi :

$$P(\Delta\tau) \xrightarrow{E_n} \{t_n(\Delta\tau), S_n[t_n(\Delta\tau)]\}$$

Comment penser *ensemble* cette famille d'exécutions E_i d'une même partition P ? De quelle structure un tel paquet d'exécutions peut-il relever ?

On va pour cela formaliser cette famille d'exécutions comme un foncteur.

Un foncteur est une correspondance entre deux catégories. Il opère non seulement entre les objets de ces deux catégories mais également entre leurs relations ^a. Un *foncteur* est donc une notion plus forte que celle de *fonction*, laquelle ne s'attache qu'à transformer un « objet » en un autre (par exemple – « $y=ax+b$ » - un nombre en un autre).

Les objets de notre catégorie de départ vont être constitués par tous les moments M_i d'une partition P donnée. Dans cette catégorie, les relations entre ces objets-moments seront les relations d'inclusion : $M_n \rightarrow M_p \Leftrightarrow M_n \subset M_p$:



Un objet de notre catégorie d'arrivée sera constitué par l'ensemble des exécutions d'un même moment M_n de P . Notons-le $\{E_i(M_n)\}$ ^b.

Dans notre catégorie d'arrivée, les relations entre tous ces objets vont être définies comme relations de *restriction*. L'idée très simple est la suivante : toute exécution de M_p va ipso facto générer *par restriction* une exécution de M_n puisque M_n est une partie de M_p ! On écrira

$$M_n \rightarrow M_p \Rightarrow \{E_j(M_p)\} \rightarrow \{E_i(M_n)\}$$

On a ainsi construit un foncteur Φ_P ^c entre notre catégorie de départ – que l'on appellera de son nom d'espace topologique $\theta(P)$, pour ne pas complexifier

^a La théorie des catégories parle ici de *morphismes*.

^b Les lettres i, j, k, \dots vont noter des variables, les lettres n, p, q, \dots des constantes.

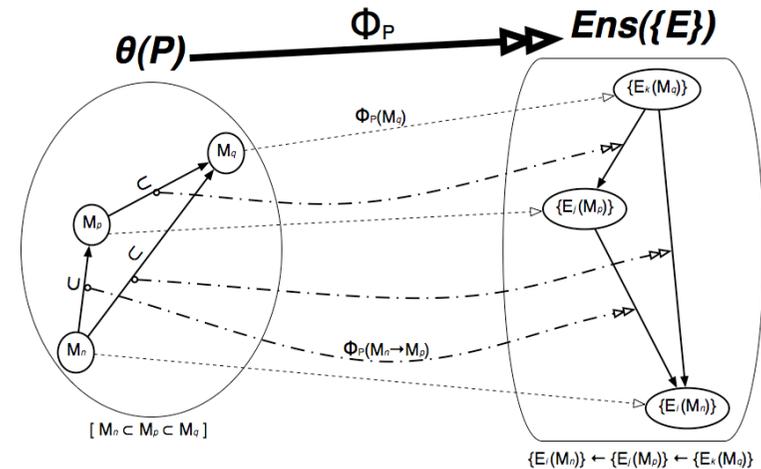
inutilement ici les notations – et notre catégorie d'arrivée – que l'on notera $Ens(\{E\})$ puisqu'elle est constituée de l'ensemble des familles $\{E\}$ d'enregistrements - : à tout objet-morceau M correspond un objet-famille d'enregistrements $\{E(M)\}$, et à toute relation $M \rightarrow M'$ entre objets-morceaux correspond une relation $\{E(M')\} \rightarrow \{E(M)\}$ entre objets-familles d'enregistrements.

On écrira :

$$M \Rightarrow \Phi_P(M)$$

$$(M \rightarrow M') \Rightarrow \Phi_P(M \rightarrow M') = [\Phi_P(M') \rightarrow \Phi_P(M)]$$

Si dans notre catégorie de départ $\theta(P)$, on distingue trois objets M_n, M_p et M_q reliés par les inclusions suivantes $M_n \subset M_p \subset M_q$, on obtient par exemple le diagramme suivant qui résume la construction de notre foncteur Φ_P :



Un point caractéristique de ce foncteur est qu'il inverse systématiquement le sens des flèches : en effet, si $M \rightarrow M'$, alors $\{E(M')\} \rightarrow \{E(M)\}$. Cette propriété découle directement de ce que les enregistrements peuvent être restreints : un enregistrement de M' génère par excès un enregistrement de M si M' englobe M (c'est-à-dire si M n'est qu'une partie de M').

On parle dans ce cas de foncteur *contravariant*. ^d

^c qu'on notera indifféremment ainsi : $\Phi(P)$

^d Un foncteur Φ est dit *covariant* si $U \rightarrow V \Rightarrow \Phi(U) \rightarrow \Phi(V)$. Il est dit *contravariant* si, à l'inverse, $U \rightarrow V \Rightarrow \Phi(V) \rightarrow \Phi(U)$.

L'intérêt d'un tel foncteur est de formaliser les rapports entre familles d'exécutions qui découlent des rapports entre différents moments d'une même partition P. Notre objet « morceau de musique », tel qu'édifié sur la partition P, commence ainsi à vivre de lui-même, comme structure proliférante d'exécutions.

Notations

Pour la suite, on simplifiera la notation de notre catégorie d'arrivée $Ens(\{E\})$. On la considèrera plongée dans la très vaste catégorie des ensembles, classiquement notée Ens .

Notre foncteur contravariant $\Phi(P)$ attaché à la partition P s'écrira alors canoniquement ainsi ^a :

$$\begin{aligned}\Phi(P) &: \theta(P)^{op} \rightarrow Ens \\ \Phi(P) &\in Ens^{\theta^{op}}\end{aligned}$$

Un tel foncteur contravariant, vérifiant donc la propriété dite de *restriction*, est appelé un *pré-faisceau*.

Parachevons notre formalisation en montrant que ce même foncteur (pré-faisceau) constitue en vérité un faisceau, avant de revenir sur chacune de nos étapes pour les commenter musicalement.

7. Formalisation (3) : un faisceau

Un faisceau est un préfaisceau qui vérifie une propriété supplémentaire dite de *recollement*.

Définitions formelles :

- Un préfaisceau sur un espace topologique θ est un foncteur contravariant (vérifiant donc la propriété de *restriction*) de la catégorie des ouverts de θ dans une autre catégorie. Quand cette autre catégorie est celle des ensembles (Ens), on parle alors de pré-faisceau d'ensembles.
- Un faisceau est un préfaisceau vérifiant la propriété de *recollement*. Ou encore : un faisceau est un foncteur vérifiant les deux propriétés de restriction et de recollement.

^a où l'exposant « op » veut dire « optique » pour signifier que le renversement des flèches (une « dualité ») est analogue au retournement d'un miroir « optique »...

Recollement

La propriété de recollement va techniquement se dire ainsi : pour tout moment M de P et pour tout recouvrement $\{M_i\}$ de ce moment M (par une famille de plus petits moments M_i), si un ensemble d'exécutions $\{E_k(M_i)\}$ est tel que ces exécutions $E_k(M_i)$ coïncident sur leurs parties communes, alors il existe (dans le foncteur Φ_P en question) une et une seule exécution $E_a(M)$ dont les restrictions coïncideront avec les exécutions $E_k(M_i)$ sur les différents sous-moments M_i .

Cette propriété de recollement ne va en général nullement de soi pour un foncteur quelconque : le point délicat tient ici non pas tant à l'existence d'un unique « recollement » qu'au point de savoir si cet unique recollement (dont l'existence va relativement de soi) appartient bien au foncteur en question.

On trouvera divers contre-exemples de ce point dans la littérature mathématique. Pour les amateurs, voici deux contre-exemples élémentaires :

- Un préfaisceau de fonctions constantes n'est pas un faisceau car une fonction « recollante » n'est plus une fonction constante. ²
- Le préfaisceau des fonctions continues bornées d'un ouvert quelconque sur \mathbb{R} n'est pas un faisceau car une fonction « recollante » n'est plus bornée. ³

Dans notre cas, cette propriété de recollement va découler très directement d'une pratique bien connue des musiciens et des ingénieurs du son : on peut enregistrer une exécution d'un morceau de musique de deux manières fort différentes.

- La première consiste à enregistrer une seule prise continue d'un bout à l'autre du morceau, en sorte de garantir la continuité de l'élan musical. La contrepartie en est que si un passage – un de nos « moments » - a été moins bien rendu, on ne pourra ensuite le retoucher par montage d'une autre prise.
- La seconde consiste à enregistrer le même morceau page par page en s'assurant que chaque prise de son déborde la page qui lui revient de quelques mesures en sorte qu'on puisse in fine recoller les différentes prises partielles et reconstituer ainsi un enregistrement complet du morceau.



Cette dernière manière de procéder vérifie la propriété de recollement car l'enregistrement global obtenu par recollement de parties distinctes va bien constituer une exécution musicalement recevable de l'ensemble de la partition

P, chaque enregistrement partiel étant par définition considéré comme musicalement acceptable.

Remarque : exécutions et interprétations...

Prenons mesure d'un point significatif : ce recollement fonctionne pour des *exécutions* d'un morceau de musique ; il ne fonctionnerait certainement plus pour des *interprétations* d'une œuvre musicale. En effet, on ne saurait obtenir une interprétation musicalement convaincante d'une œuvre par simple recollement d'enregistrements partiels, qui peuvent alors relever de différents styles interprétatifs : imaginons ainsi une fugue de Bach que commencerait Edwin Fischer, que continuerait Wolfgang Rübsam^a et qu'achèverait Glenn Gould ! Les enchaînements pourraient être parfaitement ajustés (par recollement aux moments de coïncidence acoustique fournis par les silences de la partition) que pour autant l'ensemble n'aurait musicalement aucun sens comme interprétation musicale. Par contre un tel enregistrement (musicalement saugrenu) pourrait être considéré comme constituant une exécution recevable - il exécuterait en effet le texte avec exactitude –même si on ne pouvait alors que le classer au registre des enregistrements folkloriques : mais une exécution folklorique reste... une exécution !

Le morceau est un faisceau

Ce recollement des exécutions vaut pour l'ensemble du morceau – pour la totalité de la partition P comme il vaut pour toute partie. Notre foncteur vérifie donc la propriété de recollement. Vérifiant déjà celle de restriction, notre pré-faisceau constitue donc un faisceau. On notera désormais $\mathcal{F}(P)$ le faisceau des exécutions de la partition P.

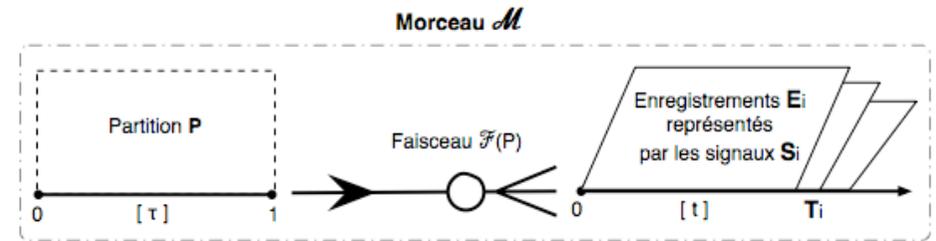
On posera donc : un morceau de musique \mathcal{M} est le faisceau des exécutions qu'autorise une partition P donnée. On notera cela ainsi : $\mathcal{M} = \mathcal{F}(P)$.

De manière encore plus condensée, on dira :

un morceau est *le faisceau des exécutions de sa partition*.

Cqfd.

Notre morceau associera donc à une partition P une sorte de recueil assemblé de feuillets – sur chaque feuillet, la courbe d'un signal – dont la tranche commune représente l'axe du temps chronologique t.



« Sans rime ni raison » ?

Bien sûr, rendu en ce point, le lecteur - surtout celui peu au fait des choses mathématiques qui a pu peiner sur les paragraphes techniques précédents – restera ici perplexe : « *Faisceau* si vous voulez... La belle affaire ! Cette re-nomination du morceau en *faisceau* a peut-être le mérite de la rime mais n'a guère celui de la raison ! »

Examinons donc les *raisonances* musicales de cette formalisation.

8. Décisions sous-jacentes

Commençons par examiner quelques décisions implicites au principe de cette expérience de formalisation.

Partition canonique

On suppose d'abord qu'il existe une et une seule partition (dite partition *canonique*) au principe d'un morceau : l'un du morceau se trouve donc gagé sur l'un de la partition.

On examinera un peu plus loin la question : n'y a-t-il donc de morceau de musique que gagé sur une partition ?

Contentons-nous ici de remarquer que s'il existe deux partitions différentes pour le même « opus » (tel est par exemple le cas pour l'opus 17 de Schumann), on considèrera tout à fait naturellement qu'il y a alors deux morceaux de musique différents qui correspondent au même numéro d'opus, la question des rapports entre ces deux variantes étant alors étroitement dépendante du rapport constatable entre les deux partitions (on examinera dans notre prochain chapitre la question du rapport entre deux morceaux de musique c'est-à-dire, maintenant pour nous, entre deux faisceaux).

^a Interprète aux souples phrasés, très (trop ?) originaux (voir disques Naxos)

Neutralité de l'enregistrement

Notre expérience de pensée suppose une neutralité de l'enregistrement qui, à une trace sonore projetée par le corps-accord d'une exécution donnée, va associer un signal monophonique.

Il faut donc imaginer que le dispositif d'enregistrement n'a ici nulle qualité esthétique particulière ; il se fait selon une prise de son uniforme et un taux d'échantillonnage constant en sorte de ne produire qu'un témoin fidèle (*fidèle* voulant ici dire *injectif* : la différence de deux exécutions doit se projeter en une différence des deux signaux enregistrés)

Choix d'échelle

Notre formalisation a convoqué les notions de foncteur puis de faisceau au deuxième niveau : celui des différentes exécutions d'un même morceau.

On aurait pu les faire intervenir dès le premier niveau : celui d'une simple exécution.

On aurait alors associé à tout moment de P (tout « ouvert ») l'ensemble des deux fonctions $\tau \rightarrow t(\tau)$ et $\tau \rightarrow S[t(\tau)]$ et on aurait pu ainsi bâtir un foncteur contravariant puis un faisceau.

Cette facilité découle, somme toute, de cette propriété générale qu'on peut aisément formaliser tout espace topologique comme faisceau.

Le point décisif est qu'introduire la notion de faisceau dès ce premier niveau - à l'échelle donc d'une simple exécution - aurait été *pour nous musiciens* une opération purement formelle c'est-à-dire sans signification musicale particulière, sans *raisonance* de pensée pour nous.

Comme on va le voir, tel n'est plus le cas lorsqu'on formalise le morceau (et non pas une seule exécution) comme faisceau.

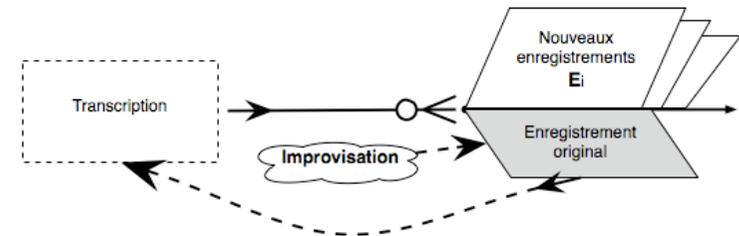
9. N'y aurait-il de morceau qu'écrit ?

Formaliser un morceau de musique comme le faisceau des exécutions de sa partition semble suggérer qu'il n'y aurait pour nous de morceau de musique qu'écrit.

Tel n'est pas le cas, et ce pour une raison simple - qu'on a déjà suggérée dans le chapitre consacré au solfège - qui est que tout morceau de musique, fut-il joué sans partition préalable et improvisé, peut parfaitement être transcrit : le solfège (dont la norme *Midi*, aujourd'hui universelle, exploite la logique) constitue précisément l'opérateur logique de la musique lui permettant de prendre

mesure de ce qui d'un morceau comptera en musique, *pour la musique*. Bien sûr une transcription n'écrit pas tout de la musique jouée et entendue - on a vu que le réel de la note se loge précisément dans l'impossibilité d'écrire le timbre, donc la couleur et la chaleur du son^a - mais elle écrit précisément la structure musicale du morceau qui en autorisera ensuite de nouvelles exécutions^b.

Une improvisation sera donc catégorisée comme morceau de musique à part entière^c en précisant alors qu'elle est le faisceau des exécutions de sa *transcription*. Nul besoin que cette transcription soit effective pour que l'Idée de morceau puisse ici valoir selon le schéma suivant :



On aura compris que l'expérience dont nous parlons ici est une expérience *de pensée* qu'il n'est nul besoin de matérialiser en un dispositif computationnel (au demeurant parfaitement réalisable concrètement) pour qu'elle éclaire notre Idée du morceau de musique.

On précisera donc ainsi notre énoncé princeps : *un morceau est le faisceau des exécutions d'une partition (éventuellement implicite)*.

10. Un objet musical fait de relations...

Remarquons - cela nous sera utile pour le prochain chapitre - que l'objet musical « morceau de musique » est ainsi formalisé comme relation, et même comme relation entre relations :

^a l'impossibilité d'écrire *musicalement* (et pas informatiquement !) la couleur du saxophone de John Coltrane ou d'Albert Ayler, le timbre de la voix de Kathleen Ferrier ou de Charles Aznavour, l'accent de Brassens ou de Nougaro...

^b N'est-ce pas très exactement ce à quoi ont procédé dans les années 60 les *Double Six* en chantant - avec quelle exubérance ! - des improvisations instrumentales du be-bop ?

^c Ceci vaudra tout autant pour une chanson traditionnelle enregistrée et transcrite par exemple par Bela Bartok ou même pour un chant d'oiseau enregistré et transcrit par Oliver Messiaen...

- un morceau est en effet la relation entre une partition et un paquet d'exécutions ;
- cette relation convoque la partition comme relation entre ses différents « moments » (relation d'inclusion au principe des relations topologiques entre ouverts de P) ;
- du côté cette fois des exécutions, cette relation convoque de même à la fois les relations internes à chaque exécution (entre ses différents moments) et les relations externes entre différentes exécutions (compatibles ou non) de la même partition.

Au total notre objet est donc constitué comme faisceau de relations, comme ensemble structuré de relations de relations.

Notre objet musical est une concrétion singulière dans un réseau de relations.

C'est somme toute à ce titre qu'il faut voir nos objets-morceaux comme *constitués* par le monde-*Musique* bien plus que comme ses *constituants*. C'est bien l'existence d'un monde-*Musique* phénoménal noué autour de son solfège qui autorise le déploiement de relations proprement musicales qui, en se développant et se tissant, vont coaguler en des objets, en des morceaux de musique.

11. Un morceau structuré comme un faisceau...

Au total, quel est l'intérêt proprement *musical* de notre formalisation du morceau comme faisceau ? Il est de dégager la consistance musicale dont l'*un* du morceau (donc l'un de l'objet musical) procède.

Notre compte-pour-un du morceau se fait sous le paradigme du faisceau : l'*un* du morceau de musique est formellement inscrit comme l'*un* d'un faisceau.

Remarquons déjà qu'il ne s'agit donc pas là seulement de l'*un* d'un ensemble^a : un opus n'est pas seulement *l'ensemble* des exécutions musicalement concevables d'une partition donnée. En structurant cet ensemble comme faisceau, nous le dotons de propriétés supplémentaires.

Imaginons a contrario « l'ensemble » constitué d'une part de l'exécution par quelque pianiste amateur d'une étude de Chopin et d'autre part de l'exécution de *Now's the time* par Charlie Parker le 30 juillet 1953 à New York. Comment compter-pour-un ensemble un tel non-rapport musical ? Ce qu'on appellera dans ce cas « ensemble » pourrait tout aussi bien se dire « fourre-tout ».

^a Bien sûr un faisceau constitue également un ensemble...

L'un du faisceau

Qu'est-ce en effet qu'un faisceau ?

C'est essentiellement une manière de dialectiser le local et le global en assurant une constitution globale à partir du local.

La notion mathématique de *faisceau* capte en effet les propriétés nécessaires à la fois au *recollement global* de situations locales et à la *restriction locale* de situations régionales. Un faisceau est à la fois ce qui recolle (local→global) et ce qui restreint (régional→local). Voyons comment cette double manière de faire-un (mieux : cette manière de faire-un par couplage de deux dynamiques inverses) est susceptible de nous éclairer musicalement.

12. Comment le morceau de musique fait un...

Si l'on condense la proposition, on dira :

1. L'un du morceau de musique est fondamentalement gagé sur l'existence d'une écriture musicale à la lettre.
2. Il n'y a d'écriture à la lettre que partant du local.

1. On a vu le caractère constitutif de la partition pour le morceau de musique, cette partition fut-elle virtuelle, non actualisée, c'est-à-dire non effectivement inscrite sur une feuille de papier. C'est bien ce qui distingue un morceau de musique d'une pure et simple ambiance sonore – telles celles que le cinéma (mais aussi aujourd'hui le design sonore) peut par exemple mobiliser pour ses besoins propres. On retrouve là cette fonction centrale du solfège dans la constitution d'objets spécifiques à notre monde-*Musique*, objets musicaux non transistifs aux objets sonores de la vie ordinaire.

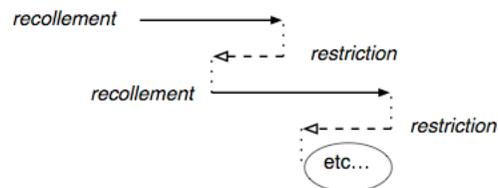
Dans cette partition, la dimension qui relève proprement de l'écriture est décisive pour la constitution de notre morceau. Pour en prendre mesure, il n'est que d'imaginer ce qu'il pourrait en être si l'on remplaçait notre partition faite de notes par une partition purement verbale et/ou graphique telles celles de *Aus den sieben Tagen* (Stockhausen, 1968)^b : il ne serait plus possible de décider si telle ou telle « exécution » relève ou ne relève pas de cette « partition », et notre « ensemble » d'exécutions ne serait même plus un ensemble, tout au plus un agrégat indéfiniment extensible.

L'un du morceau est donc gagé sur l'existence d'une écriture musicale proprement dite, d'une écriture à la lettre, c'est-à-dire pour nous à la note.

^b Voir chapitre B.III

2. Or – et c'est notre second point – s'il y a bien des notations qui peuvent être immédiatement globales (tels précisément les schémas globaux et dessins d'ensemble que nous offrent les pièces de *Aus den sieben Tagen*), il n'y a pas d'écriture qui ne parte nécessairement du local, de l'inscription d'une lettre, puis d'une autre : comment écrire ne serait-ce qu'un « mot » - disons pour nous qu'un accord, qu'un rythme, qu'un mélisme – sans commencer par en écrire la première lettre (la première note donc) ?

Sur cette base d'écriture, la dynamique du faisceau va configurer un va-et-vient de recollements et de restrictions : on recolle du local, on restreint le régional, on recolle du local, etc. selon le schéma suivant :



Cette dynamique va se retrouver à deux niveaux :

- celui d'une exécution donnée d'une partition,
- celui de l'ensemble des exécutions d'un même morceau.

L'un d'une exécution

L'un d'une exécution n'est édifiable que de proche en proche (recollement de mesure en mesure, de page en page, de situation en situation) et simultanément d'une région à ses détails internes (restriction d'une page de musique à telle de ses composantes : harmonique, instrumentale ou rythmique...).

Ceci se retrouve à chacun des niveaux suivants :

- celui de l'écriture de la partition,
- celui de sa lecture,
- celui du jeu instrumental,
- celui de l'audition,
- et même finalement celui de l'enregistrement.

Dans tous ces cas, il n'y en a pas d'approche qui ne circule du local vers le global. Au sens strict, il n'y a d'ailleurs pas d'écriture, de lecture, de jeu, d'audition et d'enregistrement qui puissent être « globaux » : on n'écrit pas

« d'un coup » mais lettre à lettre, pas plus qu'on ne lit globalement^a, qu'on ne joue d'un seul geste quinze pages de musique ou qu'on entend un opus de deux minutes en un format comprimé de deux secondes tel une sculpture compressée de César.

La globalité n'est pas *constituante* de notre morceau de musique ; elle est bien plutôt *constituée* par ce qui occupe en musique la vraie position constituante : la situation locale : pensons par exemple à *Tristan*, en un sens tout constitué par sa première page...

Ce qui assure l'unité d'un morceau au niveau tant de son écriture que d'une lecture, d'une exécution, d'une audition et même d'un enregistrement, c'est donc bien un processus analogue à notre pulsation recollement/restriction qui (re)colle prospectivement de proche en proche et restreint rétroactivement.

L'unité des différentes exécutions d'une même partition

Tout de même, la prise en compte d'une exécution E (d'une partition P donnée) comme musicalement convenable va exiger un contrôle avant tout local : la question « chaque note est-elle correctement exécutée ? » constitue le point de départ pour décider si cette exécution E rentre bien dans le cadre du faisceau $\mathcal{F}(P)$.

La capacité de compter-pour-un les différentes exécutions E_i d'une même partition P a donc pour base ce contrôle local et de proche en proche.

La figure de restriction va alors désigner la figure d'enveloppement minimal attachée à la cohérence exigée : si l'un de l'exécution est assuré sur une région donnée du morceau de musique, il sera assuré par excès sur chacun de ses détails locaux.

13. Les interprétations d'un même morceau ne forment pas un faisceau

Finalement, la portée musicale de cette structure en faisceau du morceau de musique peut être rehaussée si l'on compare la logique musicale en matière d'*exécution* (celle qu'on vient d'exposer) à la logique musicale qui prévaut cette fois en matière d'*interprétation*.

En laissant jouer très intuitivement cette différence exécution/interprétation (sans nous engager donc dans une théorie explicite de l'interprétation musi-

^a Qui, au demeurant, ne sait que la « lecture globale » n'a jamais été finalement qu'une non-lecture ? Un survol flairant les thèmes, un coup d'œil devinant les articulations, mais certainement pas une lecture au véritable sens du terme...

cale^a), on remarquera que « l'ensemble » des interprétations musicales d'une partition donnée ne compose pas un faisceau proprement dit – disons un sous-faisceau de $\mathcal{F}(P)$ s'il est vrai que toute interprétation est par ailleurs une exécution.

En effet d'une part on ne saurait édifier une interprétation par recollement d'interprétations locales (on l'a déjà indiqué plus haut : la consistance interprétative régionale ou globale dispose d'une autonomie relative par rapport aux consistances interprétatives purement locales).

D'autre part la propriété de restriction vacille également en matière d'interprétations : qui ne connaît ces interprétations magistrales et légendaires de chefs d'œuvre de la musique classique^b dont tel détail – telle interprétation locale – laisse pourtant à désirer ?

Pour n'en donner qu'un exemple, les interprétations par Boulez des grandes œuvres du répertoire sont toujours l'occasion d'un nouvel éclairage absolument convaincant sur ces classiques. Ceci n'interdit pas de pouvoir se trouver désappointé lorsqu'on examine dans le détail comment tel de ses enregistrements a interprété tel passage favori, plus encore tel moment-faveur^c...

Entre interprétations locales et interprétations globales, il peut donc y avoir d'importants hiatus qui ne sauraient par contre prévaloir en matière d'exécutions.

On voit ainsi que l'ensemble des interprétations recevables d'une partition donnée va être beaucoup plus délicat à constituer comme ensemble : la décision d'accepter comme interprétation musicalement valide telle ou telle prestation va déjà faire partage – c'est même là un des propres de l'interprétation que de convoquer les subjectivités musicales et de ne plus relever de la pure et simple objectivité du jugement d'un « professeur »^d ; les contours même de l'ensemble des interprétations resteront donc flous.

^a Posons simplement à minima et métaphoriquement qu'il en va, dans l'interprétation, d'une consistance musicale (d'un « sens » musical) du discours, question qui excède considérablement les seules questions d'exactitude et de justesse qui intéressent une exécution.

^b Songeons pour le piano par exemple à celles d'Alfred Cortot...

^c Voir par exemple son seul enregistrement commercial existant de *Parsifal* (Bayreuth, 1970) qui passe à côté du « moment de la victoire » à la fin du II^o acte (cf. chapitre A.VI) tout en exécutant bien sûr fidèlement le texte.

^d Rappelons-nous le théâtre radiophonique constitué tous les dimanches par la *Tribune de critiques de disque* à l'époque d'Antoine Goléa, Jacques Bourgeois et André Boucourechliev...

Plus encore, les interprétations admises par tous à figurer dans l'ensemble en question ne doteront pas cet ensemble d'une structure de faisceau (on l'a vu : pas de recollement musicalement acceptable entre interprétations relevant de styles interprétatifs trop éloignés^e).

14. Deux types de relations

- D'un côté donc, l'*un* du morceau relève d'une cohésion musicale gagée sur l'écriture et éprouvée dans le faisceau des exécutions. Cet *un* (fonctionnel, fonctoriel et faisceauique^f) est de nature objectale : il est au principe de la constitution du morceau comme objet de base de notre monde-*Musique*.
- D'un autre côté, les interprétations musicales du même morceau ne forment pas un faisceau. Ce non-un n'est plus de nature objectale (il ne configure pas un nouveau type d'objet), sans pour autant être - à proprement parler - de nature subjective.^g

Ce hiatus va jouer un rôle essentiel dans notre prochain examen des relations musicales entre morceaux de musique. Il va nous conduire à distinguer deux types de relations musicales entre morceaux : celles qui sont formalisables comme relations entre faisceaux et celles qui ne le seront pas (elles vont essentiellement concerner les relations musicales entre interprétations). Or ces dernières relations (entre interprétations) constituent musicalement les relations les plus significatives : ce sont par exemple celles qu'on a abordées dans notre examen du concert^h.

Ainsi les relations musicales subjectivement prépondérantes entre morceaux de musique vont échapper à notre formalisation du morceau comme faisceau.

C'est donc en ce point où les morphismes (musicaux) entre objets (musicaux) s'écartent de la formalisation mathématique que notre catégorie musicale de

^e Il est de l'essence de l'interprétation d'être différenciante, de proposer une « lecture » originale de l'opus interprété, et donc de mettre en œuvre des partis pris dissensuels, non « objectaux », et inconciliables.

^f et non pas « fasciste » (lequel procède du *fascies* latin)

^g Strictement dit, l'interprétation musicale n'est pas l'apanage des œuvres et il y a lieu d'interpréter musicalement (pas seulement d'exécuter) une simple pièce de musique. L'interprétation engage un partage entre sensibilités musicales, même lorsqu'aucun sujet musical (aucune œuvre) n'est en jeu.

^h chapitre A.X

monde-*Musique* va s'émanciper de la notion mathématique de topos de faisceaux.

*

Notes bibliographiques

Références

¹ Lettre à Arnauld (30 avril 1687)

² Daniel Perrin : *Géométrie algébrique* (CNRS Éditions, 1995 ; p. 45)

³ Sanders Mac Lane et Ieke Moerdijk : *Sheaves in Geometry and Logic. A First Introduction to Topos Theory* (Springer-Verlag, 1992 ; p. 66).

Pour ceux qui voudraient approfondir la dimension mathématique de ce chapitre et des deux suivants, ce livre me semble constituer la meilleure référence : il privilégie l'approche mathématique (Grothendieck) des topos comme topos de faisceaux là où le livre classique de Goldblatt (*Topoi. The Categorical Analysis of Logic*) privilégie une approche logique (Lawvere) des topos comme topos élémentaires obtenus par généralisation de la problématique des ensembles.