

DE TROIS MANIÈRES DE THÉORISER LA MUSIQUE AVEC LES MATHÉMATIQUES
(Petit bilan *mamuphi* 1999-2008)

François Nicolas

Plan

PRÉLUDE	3
<i>Théorie/critique/esthétique</i>	3
<i>Trois manières</i>	3
<i>Un troisième moment-mamuphi</i>	4
<i>Petite précision</i>	5
<i>Cadre terminologique</i>	5
Un diagramme général	5
Le spectre de l'adjonction	6
Remarque	7
<i>Et sa reformulation néopositiviste...</i>	7
I. APPLICATION (MUSICOLOGIQUE)	9
<i>Exemple : David Lewin</i>	9
1. Privilégier l'interprétation musicale des mathématiques	9
2. Concevoir la théorisation comme une modélisation	9
3. Concentrer la formalisation mathématique en une formulation	9
Une interprétation plutôt qu'une formalisation	10
<i>Figure applicative de la commutativité</i>	11
Exemple chez Carl Dahlhaus	11
<i>Subjectivité à l'œuvre</i>	11
La figure subjective de l'ingénieur	12
La figure subjective du musicologue	12
<i>Philosophie spontanée</i>	12
Le néopositivisme du musicologue	12
... martiné de la phénoménologie du musicien	12
<i>Emblème : la music theory</i>	13
II. MATHÉMATISATION (MATHÉMATICIENNE)	14
<i>Exemple : Guerino Mazzola</i>	14
1. Privilégier la <i>formalisation</i> mathématique de la musique	14
2. Pour cela, partir d'une théorie musicale préexistante	14
3. La cible : un développement théorique dans les mathématiques	14
Au total	15
Remarque	15
<i>Figure mathématisante de la commutativité</i>	16
Exemple chez Mazzola	16
<i>Subjectivité à l'œuvre</i>	16
<i>Philosophie spontanée ?</i>	17
<i>Deux manières symlétriques de théoriser</i>	17
III. EXPÉRIMENTATION (MUSICIENNE)	18
<i>Rapport constituant plutôt que constitué</i>	18
<i>Espacement plutôt que rapprochement</i>	18
<i>Musicien plutôt que musicologue</i>	18
<i>Un nouveau sens de ce que « théoriser » veut musicalement dire</i>	18
<i>Des « faits » constitués plutôt que constituants</i>	18

Trois exemples	19
1. Théorie de l'audition musicale	19
2. Théorie de l'écoute musicale	19
3. Formalisation des rapports cinématographiques musique-paroles-images dans <i>Muriel</i>	21
Traits caractéristiques	22
Fiction.....	22
Mathèmes	22
« Théoriser », en un autre sens du terme... ..	22
Philosophie.....	23
Raisonances.....	23
Au total.....	23
Philosophie spontanée	23
Gaston Bachelard	24
Albert Lautman	24
Jean Cavaillès	24
Alain Badiou	24
POSTLUDE	26
Récapitulation	26
3=2+1 !	26
Intersubjectivités ?	26
ANNEXES	29
Annexe 1 : Le mythe pythagoricien d'une « mathémusique »	29
1. Nœud mathématisation⊗application.....	29
2. Continuité d'un geste (ou thèse des voisinages induits)	30
<i>Remarque</i>	30
3. Complémentarité mathématiques-musique (ou thèse de l'adjonction).....	32
<i>Remarque</i>	33
4. La réduction mythologique de la séparation mathématiques musique	33
Annexe 2 : Mamuphi	35
Petite chronologie <i>mamuphi</i>	35
Les 32 interventions du séminaire <i>mamuphi</i> durant la période 2005-2007	35
NOTES DE FIN (RÉFÉRENCES DES CITATIONS)	36

PRÉLUDE

De façon spontanée, le travail *mamuphi*¹ s'est focalisé autour de la question suivante : comment théoriser la musique avec les mathématiques ?

Théorie/critique/esthétique

On peut considérer en effet qu'un « dire la musique »² se déploie spontanément selon trois dimensions enchevêtrées : une *critique* évaluatrice des œuvres musicales, une *théorie* du monde de la musique, une *esthétique* des rapports de la musique à son époque. Or, le discours *critique* se rapporte spontanément aux autres arts et à la littérature (l'invention de la critique musicale peut d'ailleurs être attribuée à Diderot), le discours *théorique* aux sciences (c'est en priorité avec les sciences que le musicien discute ce que « théoriser » veut dire) et le discours *esthétique* à la philosophie (c'est d'elle que le musicien s'instruit d'un *Zeitgeist*)³. C'est donc à bon titre que le rapport aux mathématiques, constitutif de l'esprit *mamuphi*, a orienté le discours sur la musique vers sa dimension théorique.

Remarquons que la troisième composante de *mamuphi* – la philosophie – y intervient en dernière position. Elle n'est donc pas immédiatement constitutive de son travail mais y joue un rôle qu'on dira subordonné aux rapports envisagés entre musique et mathématiques : la philosophie intervient dans *mamuphi* comme éclairant à quelles conditions de possibilité tel ou tel type de rapport entre mathématiques et musique s'avère soutenable.

Au total, on posera donc que la plate-forme constituant la subjectivité *mamuphi* – et rendant raison d'échanges se prolongeant depuis dix ans (1999-2008) par-delà d'importants différends entre ses participants – tient au projet suivant :

**« théoriser la musique avec les mathématiques
en éclairant les conditions philosophiques de possibilité d'un tel 'avec' ».**

Trois manières

Ceci posé, l'histoire de *mamuphi* permet de clarifier trois manières sensiblement différentes de théoriser la musique avec les mathématiques, trois manières qui vont s'avérer donner un sens sensiblement différent aux mêmes mots utilisés par tous : « la musique », « les mathématiques », « théoriser », « avec ».

Pour aller ici au plus direct — dans l'esprit bourbakiste d'un « fascicule de résultats » plutôt que du compte rendu d'une genèse — je soutiendrai qu'on peut distinguer :

1. Une manière *musicologique* de théoriser la musique avec les mathématiques, manière qui prend la forme d'une *application* de théories mathématiques existantes à la musique. Cette *application*, affaire d'ingénieur plutôt que de mathématicien, trouve dans le positivisme logique sa philosophie spontanée et dans la *music theory* américaine son emblème. Cette manière de théoriser la musique a des enjeux

¹ On désigne sous ce nom générique l'ensemble des activités *mathématiques-musique-philosophie* qui ont pris tournure à partir du Forum Diderot 1999 de la Société européenne de mathématique. Elles se prolongent aujourd'hui sous forme d'un séminaire organisé à l'Ens en partenariat avec l'Ircam.

On trouvera trace précise de son point de départ dans deux ouvrages :

- *Mathematics and Music. A Diderot mathematical Forum* (Springer)
- *Penser la musique avec les mathématiques ? Actes du séminaire mamuphi* (Ircam-Delatour)

On trouvera en annexe une petite chronologie *mamuphi* et un relevé de ses trois dernières années (2005-2007) d'activité.

² Dire la musique, c'est mettre des mots sur la musique, c'est réfléchir la pensée musicale dans un medium qui lui est étranger : celui du langage.

Dire la musique, c'est donc très précisément dire un indicible. C'est ainsi réfuter pratiquement la fameuse conclusion du *Tractatus* de Wittgenstein : « *Ce dont on ne peut parler, il faut le taire* », et enfreindre son principe de « *Ne rien dire que ce qui se laisse dire* » (6.53).

Plus généralement, toute intellectualité (musicale, mathématique, politique, architecturale, amoureuse, etc.), qui se déploie nécessairement contre le discours universitaire, se mesure à cette exigence minimale : ce qui mérite d'être dit est l'impossible à dire, nullement ce qui se laisse dire et se dit abondamment tous les jours (tout comme, pour Héraclite – fragment 66 -, ce qu'il faut espérer, c'est l'inespérable, ou comme pour Lacan, l'important subjectivement est d'« élever l'impuissance à l'impossible »).

³ Pour plus de détail sur ces trois composantes de l'intellectualité musicale, voir mon cours 2004-2005 (Ens) : www.entretemps.asso.fr/Nicolas/IM

essentiellement musicologiques : elle vise à dégager *en extériorité objectivante* de nouveaux savoirs *sur* la musique.

2. Une manière *mathématicienne* de théoriser la musique avec les mathématiques, manière qui se matérialise comme formalisation mathématique de théories musicologiques⁴ existantes et qu'on proposera ici de nommer *mathématisation*. Cette *mathématisation* trouve dans le *Journal of Mathematics & Music* son emblème⁵. Elle n'a pas a priori de philosophie spontanée spécifique⁶. Cette manière de théoriser la musique a des enjeux essentiellement mathématiques : elle vise, à partir d'un examen mathématique de la musique, à dégager de nouveaux savoirs proprement mathématiques, de nouveaux « objets » ou champs théoriques mathématiques, bref, à approfondir la puissance ontologique propre des mathématiques.
3. Une manière enfin proprement *musicienne* de théoriser la musique avec les mathématiques, manière qui prend la forme d'une *expérimentation* inventant simultanément son modèle et sa formalisation. Cette *expérimentation* trouve sa philosophie spontanée dans une généalogie française (de Bachelard à Badiou⁷), et son emblème dans la notion de *raisonances*⁸ (par commodité d'exposition, je l'illustrerai ici essentiellement de mes propres travaux⁹). Cette manière de théoriser la musique a des enjeux proprement musicaux : elle ne vise ni des savoirs exogènes *sur* la musique, ni des développements mathématiques propres mais une meilleure compréhension, *en intériorité subjective*, de la pensée musicale, disons une meilleure *connaissance* musicienne, tout particulièrement une meilleure compréhension musicienne des œuvres musicales¹⁰. À ce titre, cette manière de procéder s'intègre à ce que j'appelle une *intellectualité musicale*¹¹.

Application musicologique, mathématisation mathématicienne, expérimentation musicienne, telles sont donc les trois manières de « théoriser la musique avec les mathématiques » mises au jour par le travail *mamuphi*.

Un troisième moment-mamuphi

Ces trois manières composent un faisceau tout à fait original – chaque manière constitue d'ailleurs une invention de la fin du xx^e siècle — qui configure un nouveau moment-*mamuphi* – le troisième - après le moment *Grec* fondateur (VI^e-IV^e siècles av. J.-C.) et le moment *Classique* (XVII^e-XVIII^e : de Descartes à la confrontation Euler-Rameau-Rousseau).

⁴ Comme on y reviendra, elle peut aussi partir de théories musicales (plutôt que musicologiques) mais elle tendra alors à les ressaisir en objectivant et extériorisant ses « résultats », en les détachant de leur contexte et de leur subjectivité proprement musicienne, bref en les traitant comme s'il s'agissait là de théories musicologiques.

⁵ Même si cette nouvelle revue traite aussi d'*applications*, ses véritables nouveauté et spécificité tiennent aux *mathématisations* qu'elle seule présente.

⁶ ce qui n'est pas dire que tel ou tel protagoniste de ces mathématisations n'en a pas une, explicite ou implicite...

⁷ en passant par Cavaillés et Lautman.

⁸ *Raisonance* désigne les résonances entre raisons hétérogènes (ici entre raisons musicale et mathématique).

Ce terme s'attache à des *affinités* musique-mathématiques plutôt qu'à des *analogies*, toujours suspectes *ici* de se résorber en « mathémusique » (l'analogie, dangereuse entre disciplines hétérogènes, est féconde à l'intérieur d'une discipline donnée : « *En mathématique, toute analogie est une aubaine : le chercheur n'a de cesse de la creuser jusqu'à sa disparition/absorption dans une théorie qui englobe les théories jumelles.* » Yves André).

⁹ Cette troisième manière n'est pas (encore ?) constituée en courant, si tant est qu'elle doive le faire (je ne le pense pas). Peu de musiciens, il est vrai, s'intéressent de près aux mathématiques (Boulez pas plus que d'autres, contrairement à un mythe tenace). Je décèle cependant des voisinages avec les manières de théoriser pratiquées par des musiciens d'une tout autre génération que la mienne (par exemple Geoffroy Drouin, ou Hector Para), et ce par-delà d'intéressantes différences d'orientation en matière d'intellectualité musicale.

¹⁰ Il est constitutif de cette manière de théoriser que de distinguer œuvres musicales de simples pièces ou morceaux de musique : un musicien est toujours en charge d'évaluer musicalement ce qu'il joue, écrit, écoute, a minima de distinguer entre « bonne » et « mauvaise » musique, plus profondément de discerner les œuvres (et éventuellement chefs d'œuvre) dotés d'un projet propre, d'une stratégie ad hoc, de généalogies assumées des simples morceaux de musique qui peuvent être techniquement bien ou mal faits mais se tiennent à l'écart de tout projet musical propre.

¹¹ J'appelle « intellectualité musicale » le « dire la musique » du musicien pensif.

L'intellectualité musicale est née très précisément avec Rameau – un siècle avant la musicologie -, nouant ses trois composantes (théorie-critique-esthétique) à l'occasion de la Querelle des Bouffons et des exigences militantes auxquelles elle a convoqué Rameau...

Petite précision

Il s'agit ici de distinguer trois régimes de consistance théorique. Comme on va le voir, les critères de validation de chaque manière de théoriser la musique ne seront pas les mêmes, sans qu'existe une sorte de méta-disposition théorique qui subsumerait ces trois régimes et permettrait de combiner sans hiatus leurs résultats.

Ceci n'exclut cependant pas que tel ou tel auteur puisse, au fil apparemment d'une même plume, alterner les dispositions. Cette éventuelle pratique ne sera pas ici entendue comme une symbiose ou un mixage (en général *consistance A* \otimes *consistance B* \Rightarrow *inconsistance*...) mais plutôt comme une attestation particulière de cette donnée à mon sens bien établie qu'un même individu peut être successivement partie prenante de différents processus subjectifs¹².

On se gardera donc de conclure de cette succession hétérogène à une synthèse homogénéisante...

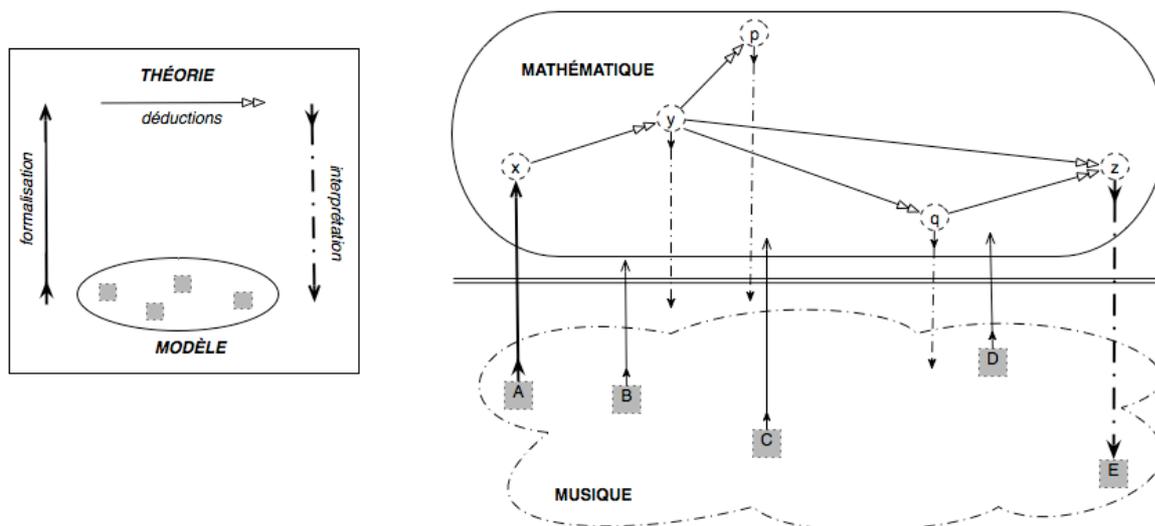
Cadre terminologique

Fixons d'abord un cadre terminologique de référence, susceptible d'embrasser la diversité des orientations *mamuphi*.

Je l'emprunterai à cette partie de la logique mathématique qui s'appelle « théorie des modèles » et dont on trouvera une ressaisie philosophique tout à fait éclairante pour notre propos dans le livre d'Alain Badiou récemment réédité : *Le concept de modèle*¹³.

Un diagramme général

L'idée générale est de mettre en rapport deux domaines de pensée hétérogènes et disjoints (respectivement nommés « modèle » et « théorie », correspondant ici à la musique et aux mathématiques) selon le schème suivant :



Le *modèle* (ici la musique) est constitué d'entités « A », « B », « C » et de valeurs de vérité attachées à chacune de ces entités. Il n'a pas besoin d'être doté de *relations* entre ces entités, moins encore de relations orientées (de flèches) si bien que le modèle ne saurait constituer à proprement parler une catégorie, par défaut de morphismes.

À chaque entité « A » du modèle, on associe, par une « formalisation », une entité « x » du second domaine appelé « théorie » (ici les mathématiques). Inversement, à chaque entité « z » de la théorie, on as-

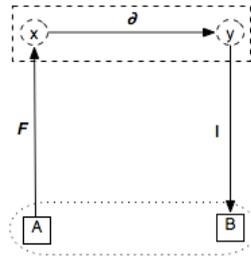
¹² Un *dividu* peut parfaitement être tantôt mathématicien, tantôt militant, tantôt musicien, tantôt amant...

¹³ Ce travail, exposé en 1968 (récemment réédité chez Fayard), préfigurait pour partie l'esprit *mamuphi* : il participait de ces « cours de philosophie pour scientifiques » qu'Althusser organisait en 1967 à l'Ens (voir *Philosophie et philosophie spontanée des savants* - Maspero, 1974) et, dans la modalité spécifique que lui donnait alors Alain Badiou, la musique y jouait déjà un rôle d'exemplification.

J'aime à inscrire « l'école mathématique pour musiciens et autres non-mathématiciens » qu'Yves André et moi-même avons mise en place en septembre 2006 dans cette forte généalogie, où Bachelard n'est pas en reste : « *L'École continue tout le long d'une vie. Une culture bloquée sur un temps scolaire est la négation même de la culture scientifique. Il n'y a de science que par une École permanente. C'est cette école que la science doit fonder. Alors les intérêts sociaux seront définitivement inversés : la Société sera faite pour l'École et non pas l'École pour la Société.* » (derniers mots de *La formation de l'esprit scientifique*).

socie une entité « E » du modèle par une « interprétation ». À la différence du modèle, le domaine « théorie » est doté de la possibilité d'y déduire ; il connaît donc des flèches (orientées) du type $x \rightarrow y$. À ce titre il est, sous certaines conditions supplémentaires, susceptible de constituer une catégorie, voire un topos.

Tout l'intérêt de ce montage expérimental tient alors à la constitution de diagrammes du type suivant :



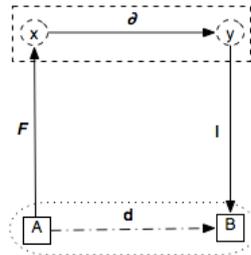
qui vont « relier » A et B via la composition $I \circ d \circ F$ des trois flèches F, d et I.

Dans notre cas, le domaine *musique*, pris ici comme modèle, n'est donc pas censé connaître de déductions musicales (du type $A \rightarrow B$), ni même de relations immanentes propres. Une formalisation mathématisée de la musique va précisément permettre de déduire et de calculer non pas directement sur les entités musicales ($A, B, C \dots$) mais sur leurs formalisations $x, y, z \dots$

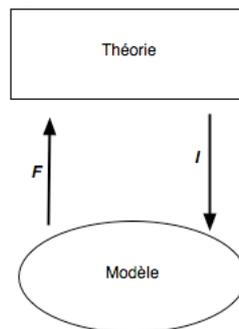
Notons que dans cette problématique, le mot « modèle » désigne le domaine original (celui du bas dans notre schématisation), celui qu'il s'agit de copier, celui qui sert de canon à l'imitation théorique.

Le spectre de l'adjonction

Le petit diagramme ci-dessus (où A et B sont « reliés » par $I \circ d \circ F$) suscite la question suivante : le parcours $I \circ d \circ F$ composé successivement d'une formalisation F, d'une déduction d et d'une interprétation I ne pourrait-il servir à définir, cette fois *dans* le modèle, une flèche $A \xrightarrow{d} B$:



Dans ce cas, le modèle, ainsi muni de morphismes, pourrait être considéré comme une catégorie – à l'égal de la théorie — et les flèches F et I pourraient être considérées comme représentant des foncteurs entre ces deux catégories. Auquel cas se poserait la question suivante : ces foncteurs F et I (sur les deux catégories « modèle » et « théorie ») seraient-ils adjoints ?



Il semble bien en effet que F puisse alors être adjoint à gauche de I (et I adjoint à droite de F) puisque $\forall A$ et $\forall y$, à toute flèche $F(A) \xrightarrow{d} y$ correspondrait biunivoquement une flèche $A \xrightarrow{d} I(y)$: précisément la flèche « d » construite ainsi $d = I \circ d \circ F$!

Mais tout le point est alors de savoir si une telle flèche « d », ainsi construite apparemment « dans » le modèle, lui appartient bien, c'est-à-dire si cette nouvelle flèche « d » a bien une signification *endogène* au modèle ou si elle n'a de sens qu'extrinsèque ! Dans notre cas, la question devient : les flèches ainsi construites sur les entités musicales via la théorisation mathématique sont-elles ipso facto *musicales*, ont-elles une réalité *musicale* ou restent-elles *musicale*ment arbitraires ? Par exemple, ces flèches « d » obtenues à partir de déductions mathématiques correspondent-elles à des *variations* ou des *développements* proprement musicaux ? Si $B = d(A)$ au sens où $B = I \circ d \circ F(A)$, ceci veut-il dire que B *varie* ou *développe* A au

sens *musical* du terme ? Rien n'est moins sûr !

Comme on va le voir, cette question de l'adjonction entre *formalisation* et *interprétation* se trouve au cœur des débats *mamuphi*.

Remarque

Donner ainsi le modèle, sans « morphismes » internes, comme une pure collection d'entités A, B, C... dont l'existence est attestable (valeur de vérité attachée), suggère que ces entités pourraient constituer des « faits », point de départ du travail théorique. Selon cette acception, la « philosophie spontanée » de cette diagrammatisation de l'activité théorique est le positivisme pour qui, en effet, les rapports entre les choses mêmes sont inaccessibles en sorte qu'on ne puisse viser que des lois entre phénomènes (entendus comme conséquences accessibles de causes restant scientifiquement inaccessibles). Cette vision des choses, procédant d'une présentation formelle de la « théorie des modèles », va conduire à une reformulation néopositiviste de notre schéma de base..

Et sa reformulation néopositiviste...

Sous l'influence du néopositivisme, le champ théorique va se trouver en effet renommé « modèle » (en entendant cette fois le terme « modèle » non plus comme original ou canon mais comme modèle réduit ou maquette). D'où que, dans cette acception néopositiviste, le travail de théorisation soit alors renommé « modélisation » (construction d'une maquette théorique).

Cette manière de nommer les choses est aujourd'hui d'usage courant dans les dites « sciences humaines et sociales » : en économie (un « modèle théorique » sera une mise en équation de relations entre données de la Comptabilité Nationale) mais également en anthropologie depuis Claude Lévi-Strauss¹⁴.

Ce différend n'est pas que terminologique¹⁵. Il touche directement à la compréhension de ce que *théoriser* et *formaliser* veut dire.

- L'interprétation *positiviste* (A. Comte, XIX^e) de notre schème tient à l'idée philosophique que le domaine du bas (dans notre diagramme) serait constitué par des « faits » (nos entités « A », « B », etc.), « données » empiriques tirées de la « pratique », qu'il s'agirait ensuite (dans un second temps) de théoriser, c'est-à-dire de formaliser en « lois » (ici de « modéliser »). On a ici la première transformation terminologique suivante :

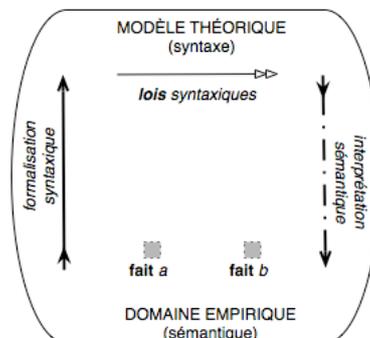
$$\frac{\text{théorie}}{\text{modèle}} \hookrightarrow \frac{\text{lois}}{\text{faits}} = \frac{\text{modèle théorique}}{\text{pratique empirique}}$$

- La thématization *néopositiviste* (Cercle de Vienne, XX^e) accuse ce parti pris en projetant la conception positiviste précédente dans l'espace langagier et les catégories du langage : en renommant en particulier l'articulation des deux domaines selon la dualité syntaxe/sémantique :

$$\frac{\text{modèle théorique}}{\text{pratique empirique}} = \frac{\text{lois}}{\text{faits}} = \frac{\text{syntaxe}}{\text{sémantique}}$$

si bien que dégager les bonnes « lois » rendant compte de « faits » avérés passe ici par la constitution d'un « langage » adéquat...

D'où, au total, la thématization (néo)positiviste suivante de notre précédent diagramme :



La « modélisation » devient alors une manière de formaliser en « langage mathématique » les « lois » propres aux « faits empiriquement constatables », de doter le domaine empirique d'un langage formel

¹⁴ Voir le partage chez lui de l'ethnologie et de l'ethnographie.

On lira avec intérêt ce qu'écrit sur ce point Alain Badiou dans son *Concept de modèle*.

¹⁵ « *Quand on parle de modèles au lieu de théories, on ne fait pas que changer deux mots.* » Althusser (*Philosophie et philosophie spontanée des savants*, p. 104)

apte aux déductions syntaxiques.

On retrouve ce même schème dans les différentes dualités suivantes :

$\frac{\text{ethnologie}}{\text{ethnographie}}$ (Claude Lévi-Strauss)

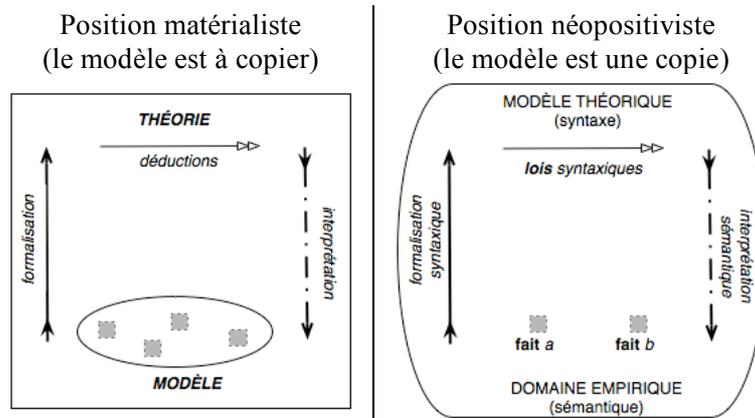
$\frac{\text{modélisation mathématique}}{\text{données de Comptabilité Nationale}}$ (économie)

$\frac{\text{Necessity}}{\text{Meaning}} = \frac{\text{Nécessité syntaxique}}{\text{Sens sémantique}}$ (Rudolf Carnap ¹⁶)

*

Restons-en là pour l'instant, mais cette ligne de partage sur la notion même de *modèle* (modèle à imiter, ou « modèle réduit ») va se retrouver au fil du travail *mamuphi*.

Pour la suite de ce texte, j'adopterai systématiquement l'acception première (celle de la logique mathématique, qui peut philosophiquement être dite *matérialiste* ¹⁷) du mot *modèle* et mon vocabulaire sera donc systématiquement celui du premier diagramme.



Sur cette base formelle, les trois manières *mamuphi* de concevoir comment théoriser la musique *avec* les mathématiques vont se distinguer de la manière suivante :

1. une première manière (« application »), prenant la mathématique pour point de départ et la musique pour cible, va privilégier les flèches descendantes (de haut en bas) de notre schéma fondamental : les *interprétations* (de la mathématique dans la musique) ;
2. à l'inverse, une seconde manière (« mathématisation »), prenant cette fois la musique pour point de départ et la mathématique pour cible, va privilégier les flèches ascendantes (de bas en haut) : la *formalisation* (de la musique dans la mathématique) ;
3. enfin une troisième manière (« expérimentation ») va saisir simultanément les flèches des deux sens dans la constitution d'un espace autonome de pensée, dialectiquement disposé.

Voyons cela plus en détail, en prenant à chaque fois un travail théorique singulier comme exemple-type : successivement celui de David Lewin, celui de Guerino Mazzola et le mien.

Il ne s'agira pas là d'examiner *systématiquement* ces diverses théories mais d'en proposer une lecture *symptomale*, ajustée à l'objectif propre de ce travail : *objectiver* différentes orientations *subjectives* en matière de théorie musicale.

¹⁶ *Meaning and Necessity: A Study in Semantics and Modal Logic* (1947)

¹⁷ Voir Badiou p. 136

En premier ordre, le matérialisme de cette position tient à la place centrale qu'un dispositif réglé d'expérimentation de la pensée y joue.

I. APPLICATION (MUSICOLOGIQUE)

Exemple : David Lewin

La figure il me semble la plus aboutie de « l'application musicologique » se trouve dans le travail de David Lewin.¹⁸

On se référera pour ce faire à deux écrits centraux de sa vaste production¹⁹ :

- *Music Theory, Phenomenology, and Modes of Perception* (1986) [Lewin-a]
- *Generalized Musical Intervals and Transformations* (1987) [Lewin-b]

Rehaussons pour ce faire trois traits significatifs de sa manière de théoriser la musique²⁰.

1. Privilégier l'interprétation musicale des mathématiques

L'entreprise théorique de Lewin privilégie les flèches *interprétatives* (allant des mathématiques vers la musique) dès l'entame de son ouvrage central [Lewin-b] puisque son premier chapitre est constitué de « *mathematical preliminaries* »²¹ que Lewin va ensuite « appliquer » à ses cibles musicologiques propres.

Point subjectivement très caractéristique : Lewin va aussitôt choisir de renommer les concepts mathématiques utilisés pour mieux ajuster son vocabulaire à ses fins musicologiques propres :

A mathematician would begin saying, "Let S be a set." Unfortunately, music theory today has expropriated the word "set" to denote special music-theoretical things in a few special contexts. So I shall avoid the word here. Instead I shall speak of a "family" or a "collection" of objects or members. When I do so, I mean just what mathematicians mean by a "set". For present purposes, it will be safe to leave the sense of that concept to the reader's intuition.

Comme dans toute démarche de type applicatif, Lewin ne va pas s'intéresser ici²² aux procédures de pensée propres aux mathématiques, en particulier à leurs démonstrations et à leurs stratégies conjecturales, pas même à la cohérence de leurs concepts propres. Il ne retient de la mathématique que ses résultats ; plus exactement : ce qui de ces « résultats » est susceptible de s'appliquer aux problèmes musicologiques qu'il veut traiter dans le cadre ici explicite de la « *music theory* »²³.

2. Concevoir la théorisation comme une modélisation

Second trait, dont on a pointé plus haut la logique (néo)positiviste : Lewin thématise sa théorisation comme une « modélisation ». Il s'agit ainsi explicitement pour lui de bâtir des « modèles mathématico-formels » des champs musicologiques visés. Ceci est particulièrement affirmé dans [Lewin-b] puisqu'il y déclare vouloir construire « *a formal model for "musical perceptions"* » qui va occuper toute sa *Partie II* : « *A General Model* ».

On a donc bien une connexion entre d'un côté le privilège accordé à l'interprétation dans la théorisation et d'un autre côté la thématisation de cette théorisation comme *modélisation*.

3. Concentrer la formalisation mathématique en une formulation

Lewin présente ainsi [Lewin-a] son « modèle formel » de perception musicale :

I propose as a provisional model for "a musical perception" this basic formula :

¹⁸ De l'intérieur de *mamuphi*, Moreno Andreatta est celui, qui avec le plus de constance inventive, porte cette orientation tout en contribuant significativement à l'autre orientation (*mathématisation*) : voir l'annexe 2 des différentes interventions *mamuphi* 2005-2007.

¹⁹ Pour plus de détail, on pourra se reporter à mon exposé (séance *mamuphi* du 10 novembre 2007) : « Déconstruire la *music theory* (1) : David Lewin » - www.entretemps.asso.fr/Nicolas/2007.2008/Lewin.htm

²⁰ Il ne s'agit pas ici d'exposer la théorie lewinienne de la musique mais d'examiner sa manière de procéder en sorte d'en dégager un type singulier de consistance subjective.

²¹ Il y présente les notions mathématiques qu'il va ensuite utiliser : celles de *produit cartésien*, de *groupe*, de *relation d'équivalence*, d'*homomorphisme*, etc. Ce premier chapitre a le même statut que ces « aide-mémoire » ou « notes et formules de mathématiques » rassemblés en « volumes pour ingénieurs ».

²² Que David Lewin puisse, par ailleurs, s'intéresser tout autrement aux mathématiques, en particulier de manière plus attentive à leur consistance démonstrative, n'est pas ici le point. Je ne traite pas ici de l'individu David L. mais de sa théorie musicologique telle qu'exposée dans ce livre et dans ses autres écrits de même nature.

²³ Pour une généalogie de la *music theory*, on se reportera à l'exposé *mamuphi* de Stephan Schaub (séance du 10 novembre 2007) et aux notes que j'en ai prises : www.entretemps.asso.fr/Nicolas/2007.2008/Babbitt.htm

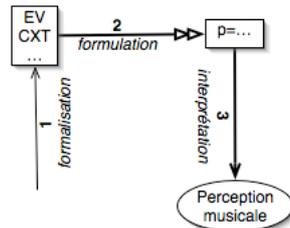
$$p = (EV, CXT, P-R-LIST, ST-LIST).$$

Here the musical perception p is defined as a formal list containing four arguments. The argument EV specifies a sonic event or family of events being “perceived”. The argument CXT specifies a musical context in which the perception occurs. The argument $P-R-LIST$ is a list of pairs (p_i, r_i) ; each pair specifies a perception p_i and a relation r_i which p bears to p_i . The argument $ST-LIST$ is a list of statements s_1, \dots, s_k made in some stipulated language L .^a

Implicitement, Lewin enchaîne trois temps :

1. un temps préalable de *formalisation* où les entités musicales d'évènement sonore, de situation contextuelle, etc. sont formalisées selon l'indexation EV, CXT , etc. ;
2. ensuite Lewin construit dans son champ théorique la formule-clef générant p à partir de $\{EV, CXT, \dots\}$; c'est le temps de la *formulation* : celui qui construit la bonne formule, ajustée à son objectif ;
3. enfin Lewin interprète dans l'espace musical la signification de la perception ainsi mathématiquement calculée ; c'est le temps de l'*interprétation*.

Soit, au total, le diagramme suivant :

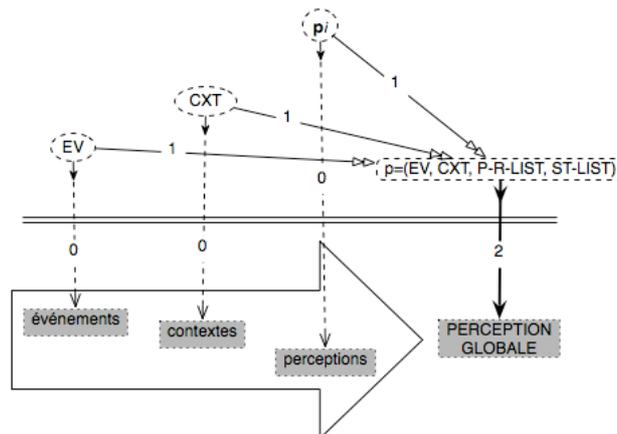


L'idée directrice est ainsi que la formulation $p = (EV, CXT, P-R-LIST, ST-LIST)$ peut rendre compte de la constitution immanente d'une perception musicale comme synthèse globale.

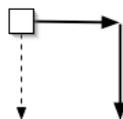
Une interprétation plutôt qu'une formalisation

La schématisation du temps préalable comme formalisation première mérite cependant d'être discutée : Lewin, pour théoriser, part moins d'entités musicales déjà ordonnées (*évènement, contexte,...*) pour les formaliser ensuite (*évènement*→ EV , *contexte*→ CXT ,...) qu'il ne construit sa formule selon une organisation formelle des principaux ingrédients (EV, CXT, \dots) auxquels il associe une interprétation musicale (EV →*évènement*, CXT →*contexte*,...). L'exposé qu'il en fait est d'ailleurs sur ce point parfaitement explicite (“*The argument... specifies a...*”) : il expose donc une formule dont il *interprète* musicalement les arguments.

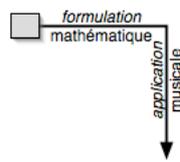
On doit alors détailler notre schéma en vérité de la manière suivante : avec des flèches EV →*évènements* (interprétation) et non l'inverse (formalisation *évènements*→ EV) :



Au total, le sens caractéristique des flèches entre modèle musical et théorie mathématique est donc celui de l'interprétation (de haut en bas dans nos schémas) :



Nous résumerons alors cette manière de procéder selon le schéma suivant où le carré initial indexe l'intervention d'une théorie mathématique (l'algèbre des groupes chez Lewin) qui préexiste à la formulation mathématique spécifiquement construite :

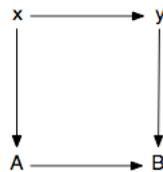


Nous désignerons cette manière de théoriser la musique *avec* les mathématiques comme une « application » (des mathématiques à la musique).

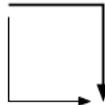
Figure applicative de la commutativité

Si l'on tient compte du point singulier que cette logique d'application est le fait de musicologues, on peut pressentir que pour celui-ci – celui-la même qui ce schème théorique -, il existe bien des déductions proprement musicales concevables, c'est-à-dire des « d » telles que $A \xrightarrow{d} B$ puisque pour le théoricien applicatif, le modèle musical n'est pas seulement la donnée de récollection de faits avérés sans liens entre eux, mais bien d'un champ où il lui est licite de directement raisonner.

Autant dire que pour ce théoricien applicatif va se poser la question singulière d'une commutativité prenant la forme suivante :



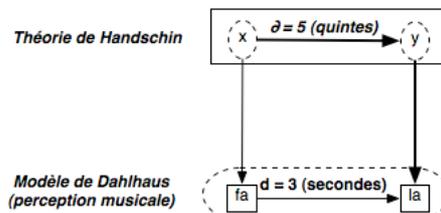
que je schématiserai ainsi



soit : est-ce pareil d'aller de x en B en passant par y (voie théorico-mathématique) ou par A (voie pratico-musicologique) ?

Exemple chez Carl Dahlhaus

Thomas Noll nous a récemment ²⁴ fourni un bon exemple d'une interrogation de ce type portée par le musicologue Carl Dahlhaus. En effet, interrogeant la théorie de Handschin qui base le mode sur l'échelle et l'échelle sur le cycle des quintes, ce qui conduit à mesurer un intervalle par le nombre de quintes successives qui l'engendre (la tierce majeure fa-la mesurerait ainsi 5 quintes fa-do-sol-ré-la), Carl Dahlhaus objecte que la perception musicale n'opère pas ainsi - par cumulation de quintes – mais bien plutôt par superposition de secondes majeures. Soit le digramme suivant :



Autrement dit : non seulement la mesure « musicale » du rapport la/fa ne s'accorde guère à la mesure « mathématique » de Handschin, mais elle aboutit en fait à un « la » différent car différemment perçu (dans le vocabulaire de Dahlhaus). Donc, pour le musicologue, le diagramme ne commute pas... ²⁵

Subjectivité à l'œuvre

On l'aura compris : la subjectivité au principe de cette manière de procéder conjoint deux figures.

²⁴ Voir son exposé *mamuphi* du 12 janvier 2008

²⁵ Thomas Noll discute attentivement cette objection du musicologue dans son intervention *mamuphi*. Qu'il suffise ici de mentionner cette objection de Dahlhaus, sans s'appesantir sur sa pertinence théorique, pour illustrer les différents subjectifs (ici mathématicien/musicologue) dont cette question de la commutativité peut être porteuse.

La figure subjective de l'ingénieur

La figure subjective de l'ingénieur est traditionnellement celle que le positivisme, depuis Auguste Comte²⁶, met en avant et c'est bien celle qu'on croise en matière de *music theory* (on n'y trouve guère, à proprement parler, de *working mathematician*).

La figure subjective du musicologue

Cette manière de théoriser la musique avec les mathématiques n'a guère d'intérêt proprement mathématique. Son intérêt se concentre sur la musique conçue comme objet de savoir, donc en une extériorité objective caractéristique de la position subjective du musicologue, radicalement différente ici d'une subjectivité de musicien (lequel se caractérise de *faire* la musique, de l'intérieur d'elle-même).

Philosophie spontanée

À quelles conditions philosophiques peut-on tenir tout ceci ?

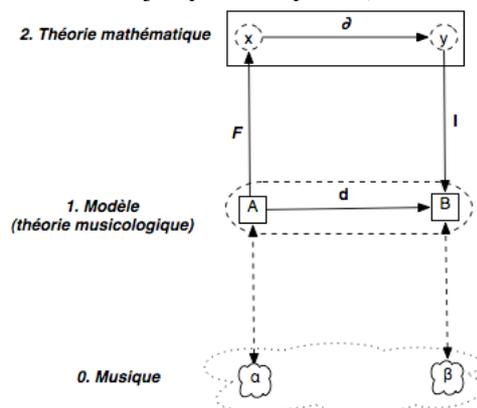
Le néopositivisme du musicologue

La philosophie spontanée de cette manière de procéder²⁷ est clairement le néopositivisme²⁸, tel qu'on le trouve à l'œuvre à partir du Cercle de Vienne.

... matiné de la phénoménologie du musicien

Comme on le voit bien dans [Lewin-a], ceci n'exclut cependant pas un recours complémentaire du musicologue théoricien à la phénoménologie d'obédience husserlienne.

À mon sens, ceci relève assez précisément d'une autre dimension du discours musicologique, jusqu'ici non présentée, et qui tient cette fois au rapport de la théorie (musicologique) qui constitue le niveau de référence pour la théorie mathématique à la musique elle-même qu'il conviendrait alors de figurer sur notre schéma de base par un infra-niveau 0 jusque-là implicite, en contrebas du modèle :



Il s'agit en effet pour le musicologue théoricien d'interroger aussi les « valeurs de vérité » dont son modèle (sa théorie musicologique) crédite ses entités « A », « B », ... c'est-à-dire d'évaluer musicologiquement ces valeurs de vérité en restituant leur « signification » musicale en termes cette fois d'entités musicales (et non plus musicologiques) « α », « β », ...

Dans le cas de Lewin, cela va porter sur la signification pratico-musicale des catégories musicologiques de « perception », de « contexte musical », etc. C'est en ce point – celui exemplairement du statut musical

²⁶ L'ingénieur est, pour A. Comte, celui qui prend soin d'« organiser les relations de la théorie et de la pratique »...

²⁷ Il faudrait discuter plus avant si la *philosophie spontanée* dont je parle ici (celle d'une manière donnée de théoriser) est la même que cette « philosophie spontanée d'un savant » dont parlait Althusser (en la distinguant explicitement de leur « conception du monde »). Il soutenait en effet « *qu'il existe un rapport entre la philosophie et les sciences, et que ce premier rapport peut être décelé chez les scientifiques eux-mêmes, en tant qu'ils sont porteurs d'une philosophie spontanée que nous appelons philosophie spontanée des savants.* » (op. cit., p. 99).

Il s'agirait somme toute d'interroger ici le rapport science/scientifiques en matière de relations avec la philosophie, un peu comme on pourrait le faire pour un rapport musique/musiciens...

²⁸ Althusser en parlait en 1967 comme la « *philosophie spontanée des savants montante* » (op. cit., p. 112) et précisait : « *La prise du pouvoir du formalisme néo-positiviste logique sur l'idéologie structuraliste va se manifester inmanquablement dans les années à venir par l'éviction de la linguistique de son rôle de discipline pilote : c'est la logique mathématique qui va la remplacer dans ce rôle.* » (Du côté de la philosophie, 18 décembre 1967 – in *Écrits philosophiques et politiques*, p. 292)

de la catégorie de *perception* - que le musicologue aura recours à la phénoménologie d'obédience husserlienne en tant qu'elle constitue cette fois la philosophie spontanée du *musicien*.

Pour le musicien (l'homme du faire subjectivant) et non plus le musicologue (l'homme du savoir objectif), la Phénoménologie d'obédience husserlienne²⁹ est la philosophie spontanée qui rend compte de son rapport à « l'objet musical », et ce de deux manières :

- en accordant une place centrale à la question du « sens » : la consistance d'un phénomène se jouerait dans son sens, dans le fait qu'il aurait ou serait un sens (ici musical) ;
- en thématissant ce sens comme constitué par une visée particulière : comme relevant essentiellement d'un « pour » quelqu'un. L'apparaître devrait être ici saisi comme apparaître « pour » un « sujet », en sorte qu'à tout apparaître, il faille supposer l'existence d'un sujet de cet apparaître.

D'où un couplage essentiel objet/sujet (où le sujet serait constitutif du sens de l'objet) qui s'ajuste à la vision spontanée des choses par le musicien³⁰.

Emblème : la *music theory*

L'emblème de cette manière de procéder se trouve dans la *music theory* américaine, celle qui a eu Ernst Krenek pour précurseur et Milton Babbitt pour fondateur.

²⁹ On vise ici la « Phénoménologie » husserlienne (entendue comme courant philosophique majeur du XX^e siècle) en la distinguant des « phénoménologies » qui sont parties prenantes de systèmes philosophiques plus vaste (Hegel, ou Badiou) pour n'en constituer qu'une composante régionale.

³⁰ Voir exemplairement le cas d'André Boucourechliev. On se rapportera pour ce faire à mon intervention *La dimension critique de l'intellectualité musicale chez André Boucourechliev* (Colloque Boucourechliev, Paris, EHESS, 29 novembre 2007).

www.entretemps.asso.fr/Nicolas/2007.2008/Boucourechliev.htm

II. MATHÉMATISATION (MATHÉMATICIENNE)

La seconde manière de théoriser la musique avec les mathématiques – celle qu'on propose ici d'appeler « mathématisation » — va procéder dans l'ordre inverse de la précédente : elle va privilégier les flèches ascendantes (de bas en haut) entre modèle et théorie, la *formalisation* donc (en lieu et place de l'*interprétation* dans le cas précédent) et elle va ce faisant orienter sa cible du côté des mathématiques et non plus du côté de la musique. En ce sens, la subjectivité ici à l'œuvre s'avère être celle du mathématicien, non plus du musicologue.

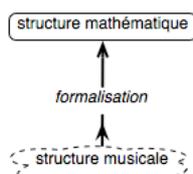
Exemple : Guerino Mazzola

La figure aujourd'hui la plus créatrice de cette voie se trouve indéniablement chez le mathématicien Guerino Mazzola. Par commodité d'exposition³¹, on se référera ici principalement à son dernier écrit : *La vérité du beau en musique* (Delatour, 2007).

Rehaussons trois traits significatifs de sa manière de théoriser la musique³², en bonne part symétriques de ceux relevés chez David Lewin.

1. Privilégier la *formalisation* mathématique de la musique

Le travail de Mazzola privilégie la flèche formalisatrice allant de la musique vers les mathématiques. Son intérêt subjectif propre est en effet de dégager de quelles structures mathématiques telle ou telle configuration musicale relève. Sa subjectivité de mathématicien fait qu'il se meut à l'aise dans la construction et la déduction mathématiques plutôt que dans la composition et l'analyse musicales. Son mouvement de pensée vise donc à ramener une structure musicale (qui lui est donnée) à une structure mathématique (qu'il entreprend de caractériser) :



2. Pour cela, partir d'une théorie musicale préexistante

Pour ce faire, Mazzola travaille non pas directement sur la musique elle-même – sur les partitions ou les structures musicales à l'œuvre... — mais sur une analyse existante de telle ou telle œuvre, ou sur une théorie existante de telle ou telle dimension musicale :

- Quand il se réfère à l'op. 106 de Beethoven, c'est via l'analyse qu'en proposent Ratz et Uhde^b. Quand il se réfère à *Structures I.a* de Boulez, c'est via l'analyse qu'en offre Ligeti^c.
- Quand il traite de la dimension harmonique de la tonalité, c'est via la théorie qu'en proposent Hugo Riemann^d ou Schoenberg^e. Quand il traite de la dimension contrapuntique, c'est à travers la théorie qu'en donne Fux^f.

Ce point est naturel pour un mathématicien qui ne saurait fonder son propos de mathématicien sur une analyse originale et alors nécessairement problématique du phénomène musical (comme un musicien pensif, par contre, s'en ferait l'obligation).

3. La cible : un développement théorique dans les mathématiques

Enfin, si l'origine de sa flèche « formalisation » est constituée par un point de vue musicologique préexistant (analyse ou théorie), sa cible mathématique va consister en un nouveau déploiement mathématique : il s'agit d'éprouver en cette affaire la capacité d'une problématique mathématique récente (ici l'informatique théorique, instruite par la théorie des topos de Grothendieck) en prenant théoriquement en charge un domaine de pensée tout à fait différent (le domaine musical) et sans rapport établi avec cette

³¹ Pour plus de détails, on pourra se reporter au compte-rendu de la séance *mamuphi* du 16 avril 2005 : *Comment évaluer musicalement les théories mathématiques de la musique ? L'exemple de la théorie de Mazzola* www.entretemps.asso.fr/Nicolas/Textes/Mazzola.htm www.diffusion.ens.fr/index.php?res=conf&idconf=642

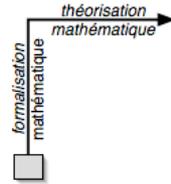
³² Redisons-le : il ne s'agit pas ici d'exposer la théorie mazzolienne de la musique mais d'en dégager une manière singulière d'articuler mathématiques et musique.

théorie mathématique. Ici la cible du travail vise à déployer ce qu'on pourrait appeler une sous-théorie mathématique d'une plus vaste théorie mathématique existante.

Le travail mathématique va donc être entièrement autre que dans la manière précédemment examinée : non plus partir de résultats mathématiques pour les appliquer à la musique (sans trop se soucier de leur origine mathématique et de la manière dont leur démonstration peut rendre compte de leur consistance propre), mais tout au contraire engager un travail déductif et démonstratif proprement mathématique en sorte de composer une nouvelle région de la mathématique contemporaine. C'est en ce point que le travail de Guerino Mazzola s'affirme avec une majesté toute mathématique au fil des 1200 pages de son *The Topos of Music*³³.

Au total...

On a donc ici le principe d'un mouvement de pensée qu'on ramassera en un diagramme inverse de celui de l'application :

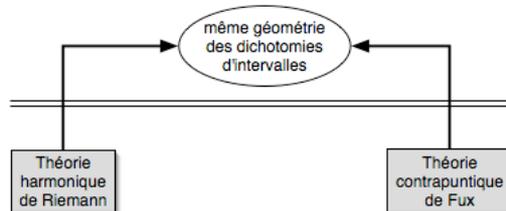


Le carré initial figure la théorie musicologique prise pour origine.

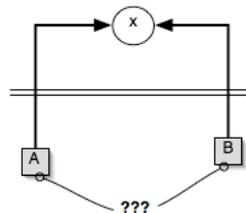
On mesure qu'il ne s'agit pas tant, ici, de théoriser la musique *avec* les mathématiques que de théoriser mathématiquement la musique³³, c'est-à-dire, somme toute, de *mathématiser* la musique. C'est à ce titre qu'on nommera cette manière de procéder une « mathématisation ».

Remarque

L'enjeu musicologique de cette manière de procéder ressort clairement d'un des résultats musicalement les plus intéressants de ce travail : Mazzola dégage comment deux théories musicales sensiblement disjointes (l'une – celle de Fux — traite au XVIII^e siècle du contrepoint, l'autre – celle d'Hugo Riemann — au XIX^e de l'harmonie) et s'ignorant l'une l'autre relèvent en vérité d'une même géométrie des intervalles :



Le questionnement de cette manière de théoriser tend ainsi à s'inscrire sous le schème suivant :



qui suscite alors la question suivante : si les entités musicales A et B conduisent à la même structure mathématique x, qu'en est-il alors de rapports directs, musicalement endogènes, entre A et B ?

Le désir du mathématicien va être qu'un tel rapport entre A et B constitue ipso facto une relation musicale significative : si A et B répondent à une même structuration mathématisante, c'est qu'il doit bien exister une logique *musicale* susceptible de les rapprocher. Soit une ligne de pensée que je formulerai ainsi³⁴ : si

³³ Mazzola précise lui-même (p. 3) : il s'agit d'une « théorie mathématique de la musique » comme il y a une « théorie mathématique de l'évolution biologique ». On a ainsi la même logique « pour toute spécification mathématique d'un domaine quelconque ».

³⁴ en convoquant le vocabulaire de *Logiques des mondes* d'Alain Badiou. Ce livre nous instruit en effet d'une « dialectique matérialiste » ontologie/logique : l'ontologie concerne l'être en tant qu'être (c'est la mathématique), la logique concerne la consistance de l'être-là (ou apparaître) en situation... Voir mon exposé *mamuphi* du 12 mai 2007 « En quoi la philosophie de Logiques des mondes (Alain Badiou) peut servir au musicien (ou la question d'un matérialisme de type nouveau) » :

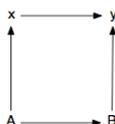
les entités A et B sont *ontologiquement* apparentées, elles doivent bien l'être *logiquement*.

Le grand Euler, déjà, pensait ainsi puisqu'une fois sa formalisation mathématique de la suavité musicale bien établie sur la base des nombres premiers, il soutenait que les musiciens auraient à tirer parti dans l'avenir des nombres 7 et 11 sans se limiter à ceux qu'ils pratiquaient jusque-là (2, 3 et 5) - pourquoi en effet s'arrêter en si bon chemin ? Où s'insinuait déjà cette hypothèse d'une transitivité entre domaines mathématique et musical³⁵ via la formalisation et son interprétation...

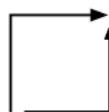
Figure mathématisante de la commutativité

Comme le point de départ de la mathématisation est une théorie musicologique existante, il existe à nouveau, dans cette manière de procéder théoriquement, des morphismes à l'intérieur du modèle : ceux précisément de la théorie musicologique prise comme point de départ.

D'où que la voie mathématisante se trouve confrontée à une nouvelle figure de la commutativité :



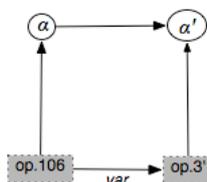
que je schématiserai ainsi



soit : est-il équivalent d'aller de A en y en passant par x (voie mathématique) ou par B (voie musicologique) ?

Exemple chez Mazzola

Mazzola nous fournit un bon exemple de cette question quand il formalise l'opus 106 de Beethoven en α , en déduit mathématiquement α' et élabore un morceau de musique (son opus 3) tel qu'il soit lui-même formalisable en α' . La question – implicite chez Mazzola mais amplement suggérée³⁶ – est alors : existe-t-il une variation musicale « var » $\alpha \xrightarrow{\text{var}} \alpha'$ [$\alpha' = \text{var}(\alpha)$] telle que le diagramme ci-joint commute ?



On verra en annexe 1 comment Mazzola en ce point répond en tentant de ressusciter le mythe pythagoricien d'une *mathémusique*...

Subjectivité à l'œuvre

La subjectivité à l'œuvre dans cette mathématisation de la musique est clairement mathématicienne : c'est d'ailleurs elle qui ouvre puis conclut le dernier livre de Mazzola, dans une tonalité subjective joyeusement exaltée³⁷...

www.entretemps.asso.fr/Nicolas/2006.2007/sur.LDM.htm

www.diffusion.ens.fr/index.php?res=conf&idconf=1642

³⁵ autrement dit entre ontologie et logique au sens badiouien des termes...

³⁶ Voir annexe 1...

³⁷ « *Le mathématicien penseur n'est pas l'être philosophique qui ne touche à rien et qui ne fait qu'observer les vérités éternelles des cieux platoniciens. C'est un être en pleine activité gestuelle qui vit ses pensées, qui les alimente comme le musicien engendre ses partitions. C'est un joueur de ping-pong, qui fait "danser" les formules avec ses mains et reste fasciné par leur torsion qui, elle, provoque les gestes les plus forts, la créativité la plus alerte.* » (p. 175-6)

Risquons ici une hypothèse : le propos de Mazzola s'originait de la constatation suivante : « *les mathématiciens ont tendance à ne prendre au sérieux que ce qui relève du calcul* » (p. 3), déclaration qui traduisait une subjectivité informaticienne plutôt que mathématicienne. On peut alors saisir tout son livre comme la conquête subjective d'une intellectualité mathématicienne, devenant joyeusement consciente de ce que la mathématique est une pensée qui ne se réduit nullement au calcul informatisable.

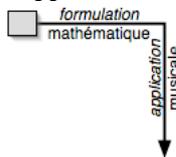
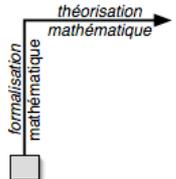
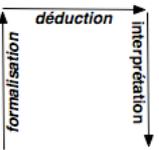
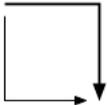
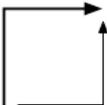
C'est la même subjectivité mathématicienne que celle d'Euler travaillant à théoriser mathématiquement la musique au XVIII^e — on sait que son intérêt subjectif était alors d'éprouver l'unité des mathématiques, alors en plein foisonnement disciplinaire (naissance de l'analyse *in situ*, de la théorie des graphes, explosion de la combinatoire...), en les mettant à l'épreuve d'avoir à rendre compte des différentes dimensions du phénomène musical - ³⁸.

Philosophie spontanée ?

Mon hypothèse (provisoire ?) est qu'il n'y a pas de philosophie spontanée caractéristique de cette manière mathématicienne de théoriser la musique ³⁹. En un certain sens, les mathématiciens ici à l'œuvre n'ont guère besoin d'une philosophie particulière pour légitimer leur entreprise de mathématisation, laquelle constitue, en un certain sens, leur tâche quotidienne. ⁴⁰

Deux manières symlétriques de théoriser

On a jusqu'ici dégagé deux manières de théoriser la musique avec les mathématiques, sensiblement symétriques :

	<i>application</i> 	<i>mathématisation</i> 	
La théorisation circule	de la mathématique vers la musique	de la musique vers la mathématique	
La théorisation est le fait	d'un ingénieur pour un musicologue	d'un mathématicien prenant appui sur le travail d'un musicologue	
	La formalisation est	secondaire	capitale
	La déduction est	une formulation	l'enjeu
	L'interprétation est	l'enjeu	une retombée justificatrice
La question d'une commutativité prend ici la forme			

Mais cette dualité n'épuise pas les possibles en matière de théorisation de la musique avec les mathématiques.

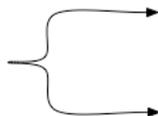
³⁸ On se reportera ici à l'exposé *mamuphi* de Pierre Cartier du 25 février 2006 : www.diffusion.ens.fr/index.php?res=conf&idconf=727 et à mon exposé IHÉS du 24 mai 2007 : www.entretiens.asso.fr/Nicolas/2006.2007/Euler.htm

³⁹ On pourrait y opposer l'hypothèse d'un pragmatisme (voir l'intervention *mamuphi* de Ralf Krömer en décembre 2007)...

⁴⁰ Par contre, lorsque le mathématicien sort du strict cadre de cette mathématisation pour tenter d'y conformer la musique, ce qui fait alors retour n'est pas la philosophie mais cette figure tutélaire du logos présocratique qu'est la mythologie. Voir annexe 1

III. EXPÉRIMENTATION (MUSICIENNE)

Une troisième manière de procéder s'est affirmée au sein de *mamuphi*, manière de part en part musicienne (ni musicologique, ni mathématicienne) qui traite tout autrement de la polarité musique/mathématiques. L'idée générale est la suivante : il ne s'agit plus de constituer un rapport par rapprochement de domaines préexistants (dans l'*application*, on rapproche une théorie mathématique *existante* d'un domaine musicologique *donné*, et dans la *mathématisation* on rapproche une théorie musicologique *existante* d'un domaine mathématique *donné*) mais de constituer d'un même geste les deux pôles d'un nouveau rapport selon le schème suivant :



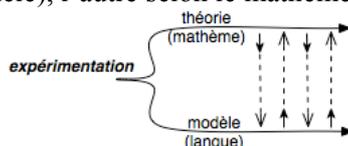
Rapport constituant plutôt que constitué

Le rapport modèle/théorie n'est plus ici *constitué* (par rapprochement, par mise en rapport de réalités préexistantes) mais *constituant* des deux termes qu'il va relier.

Conformément à la tradition bachelardienne, on appellera ce schéma « expérimentation » car il s'y agit de constituer un espace de pensée où expérimenter les rapports entre la matérialité d'une expérience et sa formalisation théorique.

Espacement plutôt que rapprochement

Le geste constitutif de cette manière de procéder n'est donc plus un *rapprochement* entre domaines séparés mais un *espacement* instituant deux pôles en interaction, deux manières de « dire la musique » : l'une selon la langue ordinaire (dans le modèle), l'autre selon le mathème (dans la théorie) :



Musicien plutôt que musicologue

Cette expérimentation sera dite *musicienne* car elle est le propre d'une pensée se déployant en intériorité à la pratique musicale, au « faire (de) la musique ». Elle ne traite pas la musique comme objet extérieur faisant face à un observateur mais comme projet auquel le musicien expérimentateur participe. Et c'est bien au titre de cette participation, et dans une visée réflexive ou pensive, que le musicien entreprend de théoriser tel ou tel aspect de ce « faire (de) la musique ».

Un nouveau sens de ce que « théoriser » veut musicalement dire

Il va de soi qu'ici « théorie » aura donc un sens légèrement différent de celui qu'il avait dans les deux autres manières, de même d'ailleurs que les mots « musique » et « mathématique » : cette « théorie » ne se qualifie plus par son supposé « objet » mais par ses *enjeux* subjectifs ; on part ici clairement d'un problème et, pour le travailler, on monte un dispositif expérimental singulier à deux pôles (théorie/modèle) apte à constituer un espace de pensée adéquat.

Une telle théorie *musicienne* de la musique n'a pas d'idéal de scientificité (la théorie n'est plus ni véritable science — comme la mathématique dans l'orientation mathématisante -, ni pseudo-science humaine — comme dans l'application musicologique -), et ce même si cette théorie, convoquant la mathématique, se fait bien *avec* l'appui de la mathématique, appui dont la trace formelle dans la théorie musicienne va prendre la forme singulière du *mathème*...

Des « faits » constitués plutôt que constituants

La théorie ici en jeu n'a plus de « faits » constituants, comme elle pouvait avoir la formule ou l'équation mathématiques dans l'application musicologique, les résultats des théories musicologiques convoquées dans la mathématisation mathématicienne, mais ses « faits » seront constitués par elles : ils seront des résultats de la dialectique d'espacement et d'expérimentation entre expérience et formalisation.

Voyons comment.

*

Je convoquerai ici comme exemple mes propres travaux théoriques.

Trois exemples

Dans chacun des trois exemples qui vont suivre, le point de départ sera un problème qu'il s'agit d'arriver à penser quand bien même aucun outil théorique répertorié n'existe pour ce faire. Il s'agira donc chaque fois d'inventer un cadre de travail ajusté au problème singulier qui initie la recherche.

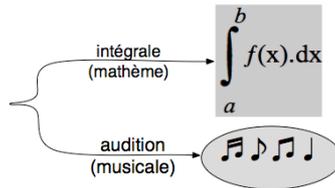
1. Théorie de l'audition musicale

Le problème de départ était ici d'arriver à différencier musicalement l'audition, d'un côté de la perception, et d'un autre côté de l'écoute⁴¹.

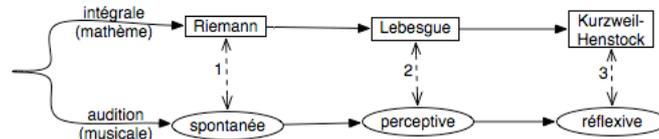
L'idée de départ pour traiter ce problème était la suivante : et si l'audition, conçue comme une perception totalisante, opérerait (en un sens à préciser) comme opère une intégration mathématique ? À quelles conditions serait-il ainsi possible de penser plus avant l'audition musicale sous l'hypothèse d'une mise en parallèle

$$\frac{\text{intégration (mathématique)}}{\text{audition (musicale)}} ?$$

Il s'agissait, à partir de là, de monter un dispositif expérimental qui permette de tester la validité de cette hypothèse de travail. D'où l'examen simultané des différents types d'audition musicale communément pratiqués et des différents types d'intégrale inventés par les mathématiciens à partir de Riemann⁴². L'expérimentation tenait alors à la capacité de mettre en rapport de formalisation/interprétation les différentes auditions et les différentes intégrales :



Le résultat a été la mise en rapport détaillé d'un côté de trois types d'intégrale (chronologiquement ordonnés par l'histoire mathématique : Riemann, Lebesgue, Kurzweil-Henstock), de l'autre de trois types d'audition (*spontanée, perceptive, réflexive*), chronologiquement ordonnés dans l'appréhension musicale d'une même pièce :



On trouvera le détail du compte rendu et des résultats de cette expérimentation dans mon article « *La troisième audition est la bonne (De l'audition musicale conçue comme une intégration)* »^h.

2. Théorie de l'écoute musicale

Le problème de départ était cette fois le suivant : comment rendre compte du travail musical de l'écoute, de l'écoute musicale comme activité immanente à l'œuvre ?

Ce problème s'inscrivait dans le champ plus général d'une théorie musicale de l'écoute dont les catégories essentielles sont : *moment-faveur, préécoute, fil d'écoute, intension et inspect*⁴³. Dans ce cadre, se posait en particulier la question précise suivante : comment, après le moment-faveur, l'écoute musicale trace-t-elle un fil qui traverse l'œuvre de part en part, un fil d'écoute constituant le fil rouge (ou fil conducteur, ou filigrane) de son opération globale propre ?

L'idée de départ m'a été inspirée par l'extraordinaire article *Le problème du temps* d'Albert Lautman⁴⁴ où celui-ci montre comment les mathématiques reconstituent la structure dissymétrique du temps dans les opérations d'intégration d'une équation différentielle⁴⁵ : ne pourrait-on alors comprendre le travail de

⁴¹ L'enjeu stratégique dans lequel cette théorie de l'audition s'insérait visait à soigneusement distinguer l'écoute musicale d'une part de la perception des cognitivistes, d'autre part de l'audition telle qu'un Adorno par exemple a pu la thématiser dans sa « Sociologie de la musique » en une conception brouillonne et indifférenciée de l'écoute proprement dite...

⁴² Le mathématicien Bernhard Riemann (1826-1866) et non plus le musicologue Hugo Riemann (1849-1919)

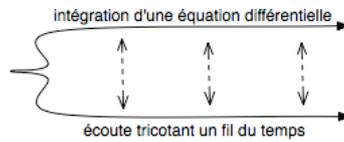
⁴³ Pour plus de détail, se reporter au cours 2003-2004 (Ens) : www.entretiens.asso.fr/Nicolas/Ecoute

⁴⁴ Article rédigé en 1943-1944 et publié après sa mort en 1946, qu'on trouvera dans son recueil *Les mathématiques, les idées et le réel physique* (Vrin, 2006)

⁴⁵ L'idée est que l'intégration d'une équation différentielle se fait par sélection d'une variable qui, dissymétrisant

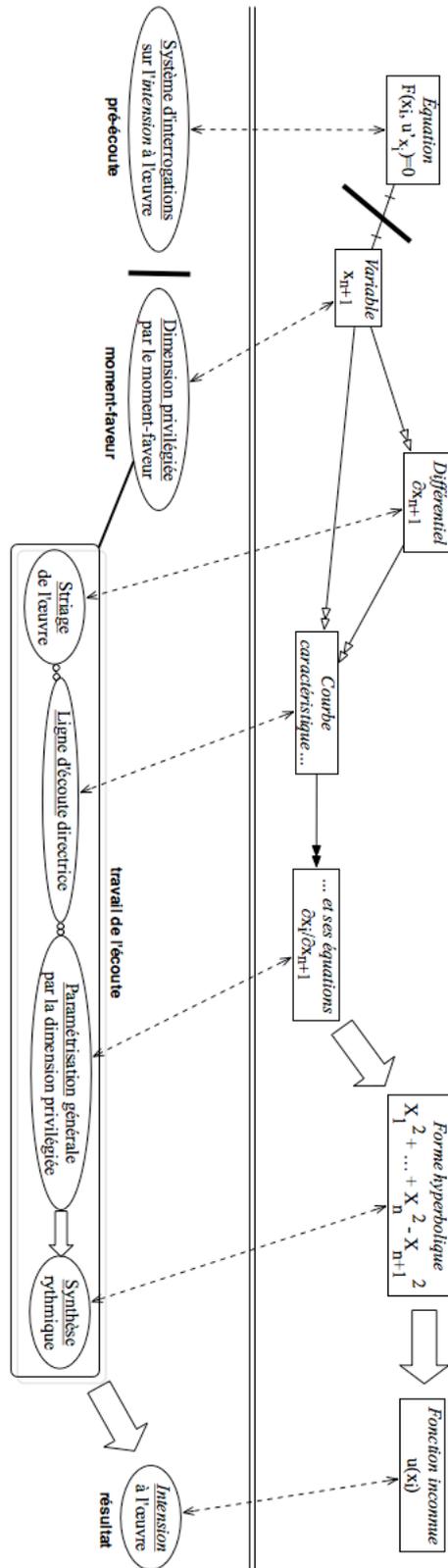
l'écoute musicale à partir d'un certain moment (à partir très précisément du moment-faveur) comme tricotant un temps spécifiquement musical au fil de la chronologie de l'œuvre selon des opérations équivalentes à celles des mathématiques ?

À partir de là, il s'agissait de monter un dispositif expérimental qui dualise d'une part les opérations musicales de l'écoute et d'autre part les opérations d'intégration différentielle telle que Lautman les avait exhaussées :



Le *Leitfaden* est le suivant : le moment-faveur fait émerger une dimension musicale privilégiée (au sein du discours musical à l'œuvre). À partir de là, l'écoute s'attache à cette dimension particulière pour paramétrer et intégrer l'*intension* musicale globale, tricotant progressivement une synthèse rythmique où cette dimension privilégiée joue un rôle dissymétrique, donnant ainsi à cette synthèse la forme synthétique d'un « temps musical ».

Le champ expérimental ainsi déployé peut être diagrammatisé de la manière suivante :



3. Formalisation des rapports cinématographiques musique-paroles-images dans *Muriel*

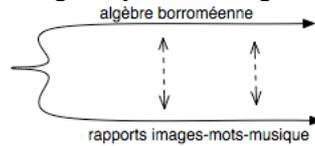
Prenons un dernier exemple, attaché cette fois à un autre art (l'art du cinéma), pour indiquer la généralité de la manière expérimentale ici avancée.

Le problème de départ était cette fois de rendre compte d'un effet sensible éprouvé lors de la vision, il y a bien longtemps, du film *Muriel* de Resnais et tenant en particulier au jeu très prégnant, dès le générique, de la musique « sérielle » d'Henze. Cette musique, nullement illustrative, ne cessait au cours du film d'apparaître et de disparaître, sans principe identifiable, laissant son empreinte sur la vision du film sans que j'arrive à comprendre comment cela était cinématographiquement composé.

L'idée de départ était la suivante : ne pourrait-on comprendre le jeu de nouage et de chassé-croisé entre

les trois composantes de ce film (les images de Resnais, les paroles de Cayrol, la musique d'Henze) comme relevant d'une structure borroméenne ?

D'où l'idée de monter un dispositif expérimental permettant de mettre systématiquement en rapport les relevés minutieux des trois composantes images/mots/musique (présence/absence, en compagnie ou non de telle composante) et une formalisation algébrique du nouage borroméen ⁴⁶ :



Cette manière de procéder a permis de mettre en relief la manière cinématographique dont les trois composantes du film se rapportent à tour de rôle deux à deux, selon une logique à chaque fois infléchie par la troisième composante provisoirement absente. ⁴⁷

Traits caractéristiques

Dessignons, à partir de là, les principaux traits caractérisant cette troisième manière de théoriser la musique avec les mathématiques.

Fiction

La théorisation peut ici mobiliser ce qu'on appellera une fiction de modèle (ou modèle fictif) puisqu'il s'agit dans notre premier exemple d'expérimenter l'hypothèse suivante : faisons comme si l'audition musicale constituait un modèle pertinent de la théorie mathématique de l'intégration (qui, bien sûr, a été conçue à de tout autres fins). Si l'on associe la logique du « comme si » à la fiction, réservant celle du « comme » à la métaphore (rapprochement de deux termes) ou à l'analogie (rapprochement de deux rapports), alors on admettra, conformément au propos de Lacan (« la vérité a une structure de fiction »), qu'une vérité puisse procéder d'une telle dynamique fictionnelle ⁴⁸.

Mathèmes

Plus largement, le recours aux mathématiques dans cette logique d'expérimentation s'avère très particulier : il s'agit en vérité de mobiliser des *mathèmes*, composés ad hoc, et nullement des formules ou équations à appliquer. Le mathème met en forme littérale une concrétion de pensée, se tenant à égale distance de la logique démonstrative et de la logique calculatoire.

La forme-mathème est ajustée à la saisie du contenu de pensée proprement ontologique des mathématiques : il lui donne la frappe d'une formule littérale qui se dispose à l'intersection de multiples domaines. Cette modalité spécifique est adaptée au fait qu'il s'agit ici moins de théoriser des structures musicales (dimension ontologique) ou de formaliser mathématiquement la consistance propre du discours musical (dimension logique) que de caractériser ce qu'il en est spécifiquement des œuvres musicales par différence d'avec de simples pièces ou morceaux de musique ⁴⁹. C'est ici le mathème qui constitue la forme littérale adéquate s'il est vrai que les mathématiques proprement dites, science de l'être en tant qu'être (ontologie), ignorent le sujet comme tel...

« Théoriser », en un autre sens du terme...

« Théoriser » désigne ici des pratiques singulières, non épongeables dans les schèmes positivistes de la « scientificité ».

Théoriser veut bien dire, ici comme ailleurs, formaliser et généraliser, mais formalisation et généralisation prennent ici des formes singulières, non ordonnées au régime mathématique de consistance. En particulier les énoncés théoriques ainsi produits par l'expérimentation musicienne ne seront pas à proprement parler

⁴⁶ Voir sur ce point les exposés *mamuphi* de René Guitart (décembre 2006) et Stéphane Dugowon (janvier 2007) : www.diffusion.ens.fr/index.php?res=conf&idconf=1588
www.diffusion.ens.fr/index.php?res=conf&idconf=1639

⁴⁷ Pour plus de détails, on se reportera à mon article *L'étrangeté familière de Muriel (D'un nouage borroméen entre images, mots et musique)* à paraître en 2008 dans la revue *l'art du cinéma* n°57-58 (www.artcinema.org).

⁴⁸ à condition bien sûr, là encore, de se défaire d'une conception positiviste de la vérité, comme ajustement à un objet, justesse d'un fait (véracité) ou exactitude d'un énoncé (véridicité)...

⁴⁹ Une œuvre est un morceau de musique d'un type très singulier, caractérisé par l'existence spécifique d'enjeux, de stratégies et de généalogies assumées. C'est à ce titre qu'une œuvre peut être philosophiquement dite constituer un « sujet musical ».

ni démontrés, ni réfutables, ni falsifiables quoiqu'ils soient fortement argumentés et rationnellement soutenus (un peu comme le discours que je suis ici en train de soutenir).

En vérité, les énoncés théoriques dont il est question dans une théorie proprement musicienne (et non pas musicologique) sont de nature prescriptive et non pas descriptive. Ils procèdent d'une rationalité qui s'attache à convaincre, à argumenter, à clarifier et distinguer, qui se soumet à une discipline rigoureuse des conséquences des énoncés avancés, mais si tout ceci prend bien modèle sur le discours mathématique (d'où le « mathème »), il ne s'agit cependant nullement de faire ici des mathématiques.

Prenons ainsi les trois énoncés théoriques auxquels les trois expérimentations données précédemment en exemple aboutissent :

- « La troisième audition est la bonne. »
- « Toute écoute procède d'un moment-faveur. »
- « *Muriel* est le nouage borroméen des images de Resnais, des paroles de Cayrol et de la musique de Henze. »

On soutiendra qu'il s'agit bien d'énoncés théoriques car ils formalisent et généralisent⁵⁰ en sorte de constituer des espaces d'investigation et d'intelligence musicienne.

Théoriser consiste donc ici à passer d'hypothèses subjectivement⁵¹ assumées par le musicien – énoncés de départ, au principe de l'interrogation et donc de l'expérimentation – à des thèses formalisées et généralisées (énoncés qui conservent bien sûr le même statut subjectif).

Philosophie

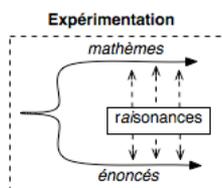
C'est aussi à tous ces titres que cette manière de procéder convoque assez directement la philosophie (celle de Lautman par exemple) car celle-ci tend à dégager le contenu ontologique de la mathématique en le reformulant dans la langue commune, autorisant ainsi le musicien à transposer les catégories mathématiques en notions communes via les concepts philosophiques⁵².

Raisonnances

À ce titre, les rapports verticaux entre théorie et modèle (les formalisations et interprétations) s'avèrent des *raisonnances*.

Au total...

On a donc ici le schéma suivant, où l'expérimentation s'avère rapport *constituant* des *raisonnances* entre mathèmes et énoncés :



Philosophie spontanée

On l'aura compris : la philosophie susceptible d'accompagner en pensée cette manière de faire est celle qui donne droit :

- d'une part à la science comme pensée, et non comme jeu de langage, bien-dire, ou technique de manipulation des étants ;
- d'autre part à l'art également comme pensée, pensée autonome, donc non normée par la science⁵³ ;

⁵⁰ Même le troisième, attaché à une œuvre particulière, procède bien par généralisation *intérieure* à l'œuvre de ce qui se passe dès son ouverture : l'enjeu de ce travail était aussi de montrer que l'opération de nouage borroméen qui entame le film de manière saisissante avait bien une portée d'ensemble dans ce film et ne se réduisait pas à un effet momentané.

⁵¹ Faut-il rappeler, une fois encore, que *subjectivité* ne veut pas dire sentimentalité arbitraire, relativisme du point de vue, etc. mais désigne une logique non moins contraignante que celle de tel ou tel « objet » : la logique du sujet.

Rappelons également que *sujets* désigne ici des entités parfaitement objectivables – une œuvre musicale comme une théorie mathématique sont objectivées – et nullement des fantômes ou de purs esprits volatiles (il est ainsi d'essence d'un sujet d'être un corps...). Sur tous ces points, voir la théorie philosophique du sujet d'Alain Badiou.

⁵² « dialectiques », aurait dit A. Lautman.

⁵³ Il s'agit ici de se battre, comme toujours, sur deux fronts : contre le romantisme réduisant la pensée à sa modalité artistique et contre le positivisme réduisant symétriquement la pensée à sa modalité scientifique.

- ensuite à la philosophie comme réfléchissant, pour son compte propre ⁵⁴, les contemporanéités éventuelles entre pensées essentiellement hétérogènes ;
- enfin à la pensée comme travail visant à faire émerger telle ou telle figure de vérité accompagnée des indispensables nouveaux énoncés que cette procédure suscite.

Un petit bouquet de citations pour indiquer où trouver de telles philosophies.

Gaston Bachelard ⁵⁵

- « On ne peut parler les mathématiques sans les comprendre mathématiquement. » ⁵⁶
- « Il faut rompre avec ce poncif cher aux philosophes sceptiques qui ne veulent voir dans les mathématiques qu'un langage. Au contraire la mathématique est une pensée. » ⁵⁷
- « Avant tout, il faut savoir poser des problèmes. Et quoi qu'on en dise, dans la vie scientifique, les problèmes ne se posent pas d'eux-mêmes. C'est précisément ce *sens du problème* qui donne la marque du véritable esprit scientifique. Pour un esprit scientifique, toute connaissance est une réponse à une question. S'il n'y a pas eu de question, il ne peut y avoir connaissance scientifique. » ¹
- « L'esprit peut changer de métaphysique ; il ne peut se passer de métaphysique. » ⁵⁸
- « Toute expérience sur la réalité déjà informée par la science est en même temps une expérience sur la pensée scientifique. » ⁵⁹

Albert Lautman

- « Il ne suffit pas de poser la dualité du sensible et de l'intelligible ; il faut encore expliquer [...] la genèse du sensible à partir de l'intelligible. Or les mathématiques fournissent justement, dans certains cas, des exemples remarquables de détermination de la matière à partir de la forme. » ^j
- « Que l'expérience mathématique soit la condition *sine qua non* de la pensée mathématique, cela est certain. » ^k
- « Les mathématiques appartiennent bien au domaine de l'action. » ^l
- « La raison des rapports de la dialectique et des mathématiques réside dans le fait que les problèmes de la dialectique sont concevables et formulables indépendamment des mathématiques, mais que toute ébauche de solution apportée à ces problèmes s'appuie nécessairement sur quelque exemple mathématique destiné à supporter de façon concrète la liaison dialectique étudiée. » ^m
- « La véritable logique n'est pas *a priori* par rapport aux mathématiques mais il faut à la logique une mathématique pour exister. » ⁿ

Jean Cavallès

- « L'activité des mathématiciens est une activité expérimentale. » ^o
- « C'est d'une épistémologie naïve que faire naître les objets mathématiques par abstraction à partir du réel. En fait, il y a développement autonome d'opérations qui, dès l'origine, sont mathématiques. » ^p
- « L'activité des mathématiciens est une activité expérimentale. Par expérience, j'entends un système de gestes, régi par une règle et soumis à des conditions indépendantes de ces gestes. » ^q
- « La résolution d'un problème possède tous les caractères d'une *expérience* : construction soumise à la sanction d'un échec possible, mais accomplie conformément à une règle. » ^r

Alain Badiou ⁶⁰

- « Loin d'indiquer un dehors de la pensée formelle, la théorie des modèles règle une dimension de l'immanence pratique des sciences, de reproduction des conditions de production. » ^s

⁵⁴ Essentiellement celui des concepts de *vérité* et de *sujet*...

⁵⁵ Charles Alunni a régulièrement rehaussé dans *mamuphi* l'actualité inentamée de cette philosophie.

⁵⁶ *L'activité rationaliste de la physique contemporaine*

De même, on ne peut dire la musique sans la comprendre musicalement...

⁵⁷ *L'activité rationaliste de la physique contemporaine* (10|18, p. 42).

De même, à nouveau, pour la musique...

⁵⁸ *La philosophie du non* (p. 13)

Contre le positivisme, encore et toujours...

⁵⁹ *Le rationalisme appliqué* (p. 54)

Tout aussi bien : toute expérience sur la réalité déjà informée par la musique est en même temps une expérience sur la pensée musicale.

⁶⁰ En nous limitant ici à son premier livre de philosophie, *Le concept de modèle* (1968)

- « Le concept de modèle ne désigne pas un dehors à formaliser mais un matériau mathématique à éprouver. »^t
- « Les systèmes formels sont le temps expérimental, l'enchaînement matériel de la preuve, après celui, conceptuel, des démonstrations. »^u
- « Toutes les sciences sont expérimentales. »^v
- « *Modèle* désigne l'articulation conceptuelle, pour autant qu'on la rapporte à un dispositif expérimental particulier : un système formel. »^w

POSTLUDE

Récapitulation

Récapitulons les traits distinctifs de nos trois manières *mamuphi* de théoriser la musique *avec* les mathématiques.

	I. Application	II. Mathématisation	III. Expérimentation
Acteur subjectif :	le musicologue	le mathématicien	le musicien pensif
La question de la commutativité mathématiques/musique prend la forme suivante :			ne s'y pose plus !
Rapport subjectif aux mathématiques du type :	ingénieur	mathématicien	philosophique
Théoriser, c'est	construire une formule (ou une équation)	mathématiser	formaliser la logique proprement musicale du monde- <i>Musique</i>
Enjeux de cette théorisation :	produire, en extériorité objectivante, de nouveaux <i>savoirs</i> sur la musique	élargir la puissance ontologique des mathématiques	approfondir la <i>connaissance</i> musicale
La musique concernée, c'est	les systèmes musicaux	une théorie musicologique préexistante	des énoncés musiciens sur les œuvres musicales
La musique est	une cible	une origine	un espace de pensée
La mathématique est	une origine	une cible	l'ontologie
Les mathématiques impliquées prennent la forme de	<i>formules & équations</i>	<i>théories</i> (en développement)	<i>mathèmes</i>
Les rapports musique-mathématiques privilégient	les interprétations	les formalisations	les <i>raisonances</i>
La mathématique touche de préférence	au discours musical	aux structures musicales	aux œuvres musicales
Philosophie spontanée :	le positivisme logique		de Bachelard à Badiou

3=2+1 !

Notre 3 s'avère ainsi relever d'un 2+1 puisqu'il y a bien d'un côté une symétrie application|mathématisation, et de l'autre une position excédentaire qui se s'exempte de la dualité précédente.

Si l'on récapitule les traits distinctifs qui partagent ce 3 en un 2|1, on a ceci :

- Rapprochement constitué / espacement constituant
- Mathématiques strictes / mathèmes
- Pièces de musique / œuvres musicales
- Théorie musicalement descriptive / prescriptive
- ...

Intersubjectivités ?

On a mis ici l'accent sur la dimension subjective du travail de théorisation. C'est elle qui a présidé à la différenciation des trois manières. C'est elle qui légitime l'examen symptomal et non pas systématique des trois théories particulières convoquées comme exemples.

On pourrait alors accentuer ce trait de la manière suivante : une théorie mathématique peut être conçue

comme ce qui tient lieu de sujet mathématique, de même qu'une œuvre musicale peut être conçue comme ce qui tient lieu de sujet musical. C'est là très exactement la thèse philosophique d'Alain Badiou à laquelle je me rallie : le véritable sujet en mathématique n'est pas plus le mathématicien qu'il n'est en musique le musicien⁶¹. Le mathématicien, comme le musicien, n'est qu'un individu venant prêter un temps – le temps où il travaille – son corps physiologique au corps subjectivé de la théorie ou de l'œuvre⁶².

Si donc « théorie » désigne le sujet mathématique, et « œuvre » le sujet musical, on voit que le projet de théoriser *mathématiquement* l'œuvre musicale reviendrait à créer l'espace original d'une véritable intersubjectivité :

$$\frac{\text{théorie mathématique}}{\text{œuvre musicale}} \equiv \frac{\text{sujet mathématique}}{\text{sujet musical}}$$

Comme indiqué au début de ce texte, le programme *mamuphi* n'est pas exactement celui-là : il ne s'y agit pas de « théoriser mathématiquement l'œuvre musicale » mais de « théoriser la musique avec les mathématiques ». L'écart est notable.

Il l'est cependant moins dans la seconde manière ici intitulée « mathématisation », et plus encore, comme on pourra le voir en annexe, dans sa modalité mazzolienne : c'est en effet très exactement au point d'une intersubjectivité impensée que Mazzola convoque le mythe d'une « adjonction » réduisant la fracture entre deux discours hétéronomes (mathématique et musical) et pointant vers un méta-monde réconcilié...

Y aurait-il alors moyen de penser – non mythologiquement - une véritable intersubjectivité entre mathématiques et musique ?

À bien y regarder, ce point est débattu depuis le début de *mamuphi*, en particulier sous la forme de cette interrogation : que vient faire la philosophie en cette affaire ?⁶³ Peut-on relier directement mathématiques et musique ou faut-il nécessairement en passer par la philosophie ?

Les manières « application » et « mathématisation » soutiennent une telle possibilité directe. La manière « expérimentation » est déjà plus réservée. Mais comme on l'a vu, dans aucun de ces trois cas il ne s'agit à proprement parler de relier directement une *théorie* mathématique et une *œuvre* musicale :

- dans l'application, la *théorie* mathématique n'est pas traitée comme telle mais seulement comme dispensatrice de résultats, c'est-à-dire de savoirs objectivés ;
- dans la mathématisation, c'est l'*œuvre* musicale qui n'est plus traitée comme telle ; la musique n'est pas saisie comme projet subjectif à l'œuvre mais comme réseau structurel de notions dégagées par la musicologie ;
- enfin dans l'expérimentation, il s'agit, on l'a vu, de mathèmes plus que de *théories* mathématiques proprement dites, et d'énoncés sur les œuvres plutôt que directement de ces *œuvres*.

Bref, l'espace de travail *mamuphi*, s'il touche bien aux rapports intersubjectifs⁶⁴ entre mathématiciens, musiciens et musicologues n'est pas pour autant l'exploration d'une intersubjectivité véritable entre sujet mathématique (théorie) et sujet musical (œuvre).

*

Je terminerai en ce point ce petit bilan *mamuphi* sur une thèse : de tels rapports directs ne sauraient à mon sens exister car il n'y a rigoureusement aucune possibilité qu'une théorie mathématique rencontre une œuvre musicale (ou même s'y frotte), et bien sûr vice versa. Seule la philosophie peut tenter d'examiner leur contemporanéité éventuelle⁶⁵. Seule une prise en compte de la philosophie pour elle-même dans le cadre général d'un nouage *mamuphi* permettrait d'éclairer autrement le projet de théoriser la musique avec les mathématiques et, sans doute, de compléter la typologie ici esquissée⁶⁶.

⁶¹ bien sûr si l'on veut bien donner à ce mot de « sujet » non pas un sens psychologique archaïque (l'individu) mais une acception conceptuelle contemporaine.

⁶² On se reportera ici à la théorie du corps subjectivé dans *Logiques des mondes* de Badiou.

⁶³ On se reportera pour ce faire à ma communication dans le volume *Penser la musique avec les mathématiques ?* (actes du séminaire *mamuphi* 2000-2001), éditions Ircam-Delatour (2006)

⁶⁴ D'une subjectivité à un sujet, il y a un écart, que Lacan fait pressentir par sa distinction *subjectivation / procès subjectif* : un sujet est un procès plus encore qu'un moment de subjectivation. C'est aussi pour cela qu'en mathématique, le sujet est identifiable comme procès d'une théorie, et en musique comme procès d'une œuvre ou, mieux, d'un ensemble d'opus (*L'Œuvre*).

⁶⁵ C'est même là, selon Badiou, ce qui délimite son travail spécifique : selon quelle acception proprement philosophique du sujet des sujets hétéronomes peuvent-ils être philosophiquement dits contemporains ?

⁶⁶ Précisons que ce texte se veut bilan non de la totalité du séminaire *mamuphi*, mais seulement de son travail en matière de théorie musicale. Comme l'annexe 2 le rappelle, près de la moitié des interventions *mamuphi* 2005-2007

On comprendra que cette conclusion vaut appel à contribution des philosophes, pour la suite d'un *working mamuphi*...

ANNEXES

Annexe 1 : Le mythe pythagoricien d'une « mathémusique »

Si, comme on l'a vu, le travail de Guerino Mazzola est exemplaire de cette mathématisation contemporaine de la musique qui reprend, dans un tout autre contexte mathématique, le flambeau d'Euler, d'un autre côté ce travail assortit cette mathématisation de tout autres considérations qui tendent cette fois à constituer ce que j'appellerai le mythe pythagoricien d'une « mathémusique ».

On peut en effet relever dans le travail de Mazzola quatre particularités qui supplémentent la mathématisation précédemment examinée :

- 1) d'abord Mazzola complète sa *mathématisation* avec différentes *applications* ; ce geste, nouant nos deux premières manières de théoriser la musique (mathématisation \otimes application), ne pose pas en soi de problème particulier ;
- 2) une orientation particulière se dessine cependant quand Mazzola minore le basculement des subjectivités (mathématicienne/musicologique) à l'œuvre dans ces deux manières de théoriser la musique pour promouvoir une *continuité* du geste global ainsi généré (ce qui va prendre la forme technique d'une thèse implicite qu'on dira celle des *voisinages induits*) ;
- 3) Mazzola surdétermine ensuite cette continuité supposée du geste *mathématisation* \otimes *application* en convoquant une *complémentarité* supposée des pensées mathématique et musicale (cela prendra la forme technique d'une thèse explicite *d'adjonction*) ;
- 4) Mazzola soutient enfin que cette complémentarité est constitutive d'une sorte de méta-monde, d'un « univers » réunifiant les divers mondes de la mathématique et de la musique, Cosmos réconcilié qu'on propose ici, à la suite de Moreno Andreatta, de nommer *mathémusique*⁶⁷.

Soit le processus suivant, dont on va voir qu'il relève proprement d'une mythologie contemporaine, plus exactement de la réactivation/résurrection moderniste d'un mythe pythagoricien :

nœud mathématisation \otimes application \Rightarrow *continuité* du geste \oplus *complémentarité* d'une adjonction
 \Rightarrow réconciliation des mondes dans un Cosmos *mathémusical*

1. Nœud mathématisation \otimes application

Mazzola complète d'abord sa mathématisation par des applications spécifiques, dont la méthode est conforme aux orientations présentées dans notre première partie.⁶⁸

C'est par exemple le cas

- pour sa théorie de l'interprétation^x,
- pour sa théorie de la gestuelle de la main du pianiste^y...

Le nouage d'une mathématisation et d'une application génère alors le diagramme suivant :

⁶⁷ Petite précision généalogique : c'est Moreno Andreatta, mathématicien et proche collaborateur de Guerino Mazzola, animateur par ailleurs du séminaire MaMux (Ircam) – voir annexe 2 -, qui a inventé le terme *mathémusique* (dès 1997) et qui en est aujourd'hui le principal promoteur. Même si Mazzola n'en fait pas son emblème, ce signifiant me semble nommer adéquatement « *l'univers complet et cohérent* » figurant à l'horizon du « *projet cohérent d'une réunion des deux perspectives [mathématique et musicale] dans un tout plus complet* » (Mazzola, p. 173).

⁶⁸ Thomas Noll (exposé *mamuphi* du 12 janvier 2008) procède de même, en remarquant ceci :

“The present approach can be viewed as an attempt to mathematize a music-theoretical domain [...].

It is conceived as a mathematical music theory in the double sense:

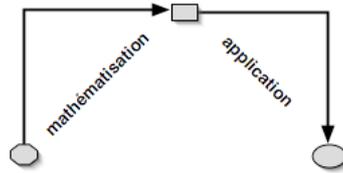
- a music theory, which is expressed mathematically and

- a mathematical theory which is applied to music theory.

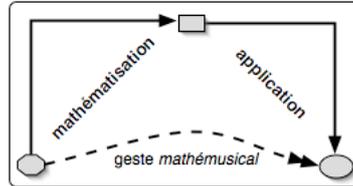
As a condition for a successful accomplishment of this project I consider the capacity to integrate valuable music-theoretical knowledge and to assist music analysis.”

On retrouve ici explicitement la dualité d'une théorie musicologique mathématisée [*music theory expressed mathematically*] destinée à enrichir la connaissance mathématique, et d'une théorie mathématique appliquée à la musicologie [*mathematical theory applied to music theory*] destinée cette fois à assister cette dernière.

Le point symptomal de cette disposition subjective globale tient alors à la fusion du « deux » [*double sense*] en un seul signifiant « théorie mathématique de la musique » [*mathematical music theory*] là où une analytique minutieuse du propos mathématiquement soutenu par T. Noll maintiendrait la ligne de partage, le hiatus non effaçable entre les deux versants (mathématisation | application), et donnerait figure de synthèse disjonctive (plutôt que conjonctive ou connective – voir les trois synthèses de Deleuze...) à cette dualité...



Le point singulier, subjectivement significatif, est que Mazzola s'autorise de ce nouage pour progressivement interpréter ce diagramme selon le schème implicite suivant :



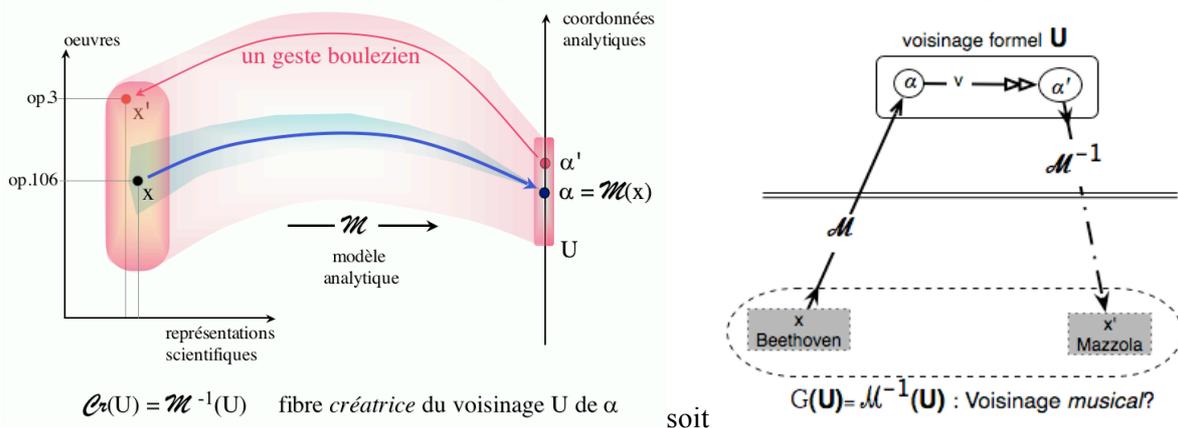
Voyons comment.

2. Continuité d'un geste (ou thèse des voisinages induits)

Mazzola plaide d'abord que la mathématisation ainsi complétée d'applications ad hoc devrait intéresser le musicologue (et pas seulement le mathématicien) puisqu'elle est ainsi rendue susceptible d'élargir les savoirs sur la musique.

Pour valider ce point de vue, Mazzola va argumenter que le passage par la théorie mathématique permet de composer de véritables voisinages musicaux (d'ajouter, par exemple, à la *Hammerklavier*, op. 106, de Beethoven une œuvre qui lui serait apparentée : *L'essence du Bleu*, op. 3 de Mazzola⁶⁹).

Voici en effet son schéma^z, suivi de sa redispotion conforme à notre manière de diagrammatiser :



La dynamique est la suivante :

1. formaliser l'œuvre musicale x en une formulation mathématique $\alpha = \mathcal{M}(x)$;
2. varier mathématiquement α : $\alpha' = v(\alpha) \in U$ (voisinage *mathématico-formel* produit par la variation *mathématico-formelle* v) ;
3. interpréter α' en une nouvelle entité musicale $x' = \mathcal{M}^{-1}(\alpha')$ avec $x' \in \mathcal{M}^{-1}(U) = G(U)$.

La thèse - qu'on nommera « *thèse des voisinages induits* » - consiste à poser que le « voisinage » de x (ici nommé « fibre créatrice » et figuré par un ovoïde vertical de même forme et de même couleur que U) auquel x' appartient (au simple titre du fait que α' est mathématiquement voisin de α) pourrait être considéré comme un voisinage proprement *musical* ; autrement dit, x' pourrait être considéré comme une variation *musicale* de x puisque α' est une variation *mathématique* de α . Ce qui s'inscrit ainsi :

$$\mathcal{M}^{-1} \circ v \circ \mathcal{M}(x) = \text{Voisinage musical de } x$$

Selon cette thèse – restant implicite chez Mazzola - une variation *mathématique* v génératrice d'un voisinage *mathématique* U induirait une variation *musicale* $x \rightarrow x'$ interne à un voisinage *musical* $\mathcal{M}^{-1}(U)$ ⁷⁰.

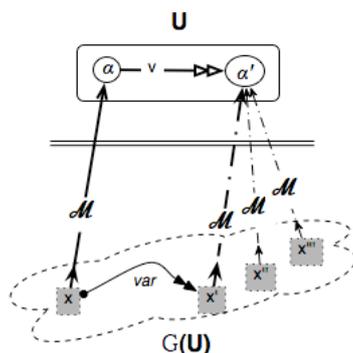
Remarque

En vérité, cette thèse pourrait prendre plus naturellement la forme d'une commutativité si l'on remarque

⁶⁹ Mazzola répètera le même geste lors du séminaire MaMuX du 15 décembre 2007 (Ircam) en « variant » cette fois *Structures Ia* de Boulez.

⁷⁰ De même, une *déduction* mathématique vaudrait *développement* musical...

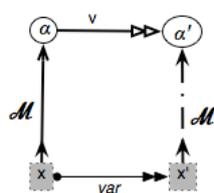
que la flèche \mathcal{M}^{-1} ne saurait avoir, dans cet exemple, un statut de fonction inverse : \mathcal{M}^{-1} est multiforme au sens où de nombreuses pièces musicales x_n sont susceptibles de répondre à la même formalisation α' . En vérité $x' = \mathcal{M}^{-1}(\alpha')$ veut simplement dire $\alpha' = \mathcal{M}(x')$, et l'on a donc en vérité le diagramme suivant :



D'où la question : existe-t-il une transformation musicale « var » telle que

1) $x' = \text{var}(x)$ [s'entend : x' varie musicalement x] ;

2) le diagramme suivant commute : $\mathcal{M} \circ \text{var} = \text{v} \circ \mathcal{M}$?



Notons que Mazzola ne pose pas la question du voisinage induit sous cette forme d'une commutativité des variations mathématique (v) et musicale (var), mais sous celle d'une fibre créatrice $G(U)$ dans laquelle le lien entre x et x' n'est pas précisé.

Le point reste cependant de savoir si le $G(U)$ ainsi construit constitue ou non un voisinage musical de x (ce que le graphisme suggère), si la topologie induite sur l'espace des opus par ce geste $\mathcal{M}^{-1} \circ v \circ \mathcal{M}$ correspond donc bien à la topologie proprement musicale des opus, bref si x' (*L'Essence du Bleu*, op. 3 de Mazzola) est musicalement voisin de x (la *Hammerklavier*, op. 106 de Beethoven).

Or il est manifeste, pour un musicien, que *L'Essence du Bleu* ne saurait être comprise comme une variation musicale pertinente de la *Hammerklavier*. Qu'il suffise, pour en attester, de rapprocher dans ces deux « sonates » le même enchaînement : entre la fin de l'exposition et le début du développement.

BEETHOVEN
Hammerklavier
(op. 106)

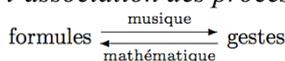
MAZZOLA
L'essence du bleu
(op. 3)

Au total, Mazzola suggère qu'il y aurait une forme de transitivité entre mathématiques et musique, une transitivité des voisinages, donc des topologies, transitivité qui n'est qu'une étape dans la constitution d'un horizon *mathémusical*⁷¹.

3. Complémentarité mathématiques-musique (ou thèse de l'adjonction)

Ce geste constitutif d'une transitivité n'a pas un statut purement local dans la théorie de Mazzola. Outre le fait qu'il occupe un chapitre entier^{aa} de son dernier livre, outre le fait qu'il le réitère ensuite sur *Structures la* de Boulez, ce geste tend à consolider une thèse que l'on trouve cette fois explicitement sous la plume de Mazzola⁷², thèse d'une pure et simple adjonction entre musique et mathématiques. Je le cite :

- « Tandis que l'activité du mathématicien crée la mise en formule de gestes, celle du musicien crée la mise en gestes de formules. Ces compétences sont parfaitement complémentaires, ce que nous représentons par un diagramme montrant l'association des processus.



Mathématiquement parlant on a ici la situation d'une adjonction de foncteurs.^{bb}

- « Nous avons donné [de la tension profonde entre l'action du faire et la pensée du fait] une très courte description au cours du chapitre introductif, par un diagramme "d'adjonction" de processus. Ces deux partenaires adjoints ne sont pas, dans les modèles présents, unifiés, mais définissent les limites d'un dynamisme musico-mathématique de nature "ping-pong", un système commutatif riche, bien sûr, mais pas encore une cohabitation de deux aspects partiels d'un univers complet et cohé-

⁷¹ Le fossé mathématiques|musique est progressivement réduit selon les étapes suivantes :

mathématiques|musique \hookrightarrow mathématiques & musique \Rightarrow mathématiques-musique \rightarrow *mathémusique* !

⁷² Thèse réitérée, très exactement en ouverture et en clôture de son livre, comme pour mieux indiquer qu'elle enchaîne toute sa trajectoire et qu'elle indexe son *intension* profonde.

rent. »^{cc}

Cet « univers complet et cohérent »⁷³, Mazzola l'appelle bien sûr de ses vœux, moyennant « l'abolition de l'amour-haine entre la science et l'art »^{dd}, et la promotion d'« un esprit singulier de communication mathémusicienne »^{ee}.

Remarque

On remarquera que Mazzola conçoit ici « musique » et « mathématiques » comme foncteurs et non plus comme catégories ou topos... Il y aurait alors lieu d'interroger la manière dont les agrégats fortement hétérogènes de formules à la fois mathématiques et musicales d'un côté, de gestes à la fois mathématiques et musicaux de l'autre, sont susceptibles de constituer des catégories en sorte que les deux foncteurs ici désignés « musique » et « mathématiques » puissent être adjoints.

En vérité, ces énoncés suggérant l'adjonction participent déjà du mythe que Mazzola entreprend d'édifier en sorte de réduire un abyme qu'il juge problématique entre mathématiques et musique.

4. La réduction mythologique de la séparation mathématiques|musique

Il me semble en effet requis d'interpréter l'ensemble de cette « cause » mazzolienne comme une véritable cause mythologique, au sens très précis que Claude Lévi-Strauss nous a appris à entendre dans le mythologique (ou logique des mythes), soit l'idée suivante : la logique mythique consiste, face à une opposition radicale, d'entreprendre de la réduire (comme on réduit chirurgicalement une fracture) par construction de deux nouveaux termes plus rapprochés que les termes initialement opposés.

Claude Lévi-Strauss nous fournit le mathème de cette réduction mythologique dans sa « formule canonique du mythe »⁷⁴ :

$$\frac{X(a)}{Y(b)} \hookrightarrow \frac{X(b)}{A_1(y)}$$

Soit l'idée suivante : face à l'opposition entre le terme a portant la valeur X et le terme b portant la valeur Y , le mythe va lui substituer l'opposition *réduite* du terme b assumant désormais la valeur X et d'un nouvel acteur y (substantivant l'ancienne valeur Y) portant une nouvelle valeur A_1 (dérivée de l'acteur a inversé).

Le mythe que Mazzola nous instruit tout au long de son dernier *La vérité du beau en musique*, en complément de sa mathématisation par ailleurs incomparable, est ainsi formalisable selon le mathème suivant :

$$\frac{\text{Vérité (de la mathématique)}}{\text{Beauté (de la musique)}} \hookrightarrow \frac{\text{Vérité (de la musique)}}{\text{Informatisation (du beau)}}$$

Ce qui se dira ainsi : la contradiction que Mazzola ressent comme insupportable entre la musique porteuse de « beauté » et la mathématique porteuse de « vérité » sera mythologiquement réduite en lui substituant le nouveau couple, plus apaisé, formé d'un côté par une musique désormais capable de vérité (« la vérité du beau en musique ») et d'un autre côté par un beau susceptible désormais d'informatisation (entendue comme calcul déposé par une pensée mathématique évaporée) : voir dans ce livre le cortège des logiciels - *Presto, Rubato*, etc. - calculant la beauté des interprétations musicales...⁷⁵

*

Que la production mythologique d'un tel méta-monde *mathémusical* puisse se nourrir ainsi de la pratique

⁷³ Comment ne pas voir, en ce recollement d'un univers malencontreusement partagé en deux parties « complémentaires », une variation du mythe d'Aristophane (Platon, *Le Banquet*) où l'humanité, partagée par Zeus en deux moitiés emboîtables hommes/femmes, ne cesse de rêver d'un retour à son union originelle. On suppose que pour Mazzola la musique occupe ici la position-*femme* et la mathématique la position-*homme* (d'où la dualité entre l'hystérie du geste musicien et l'obsession de la lettre informatique...).

⁷⁴ Cf. *La structure des mythes* (1955) dans *Anthropologie structurale* (p. 252-253) ; puis *La potière jalouse* (1983 ; p. 78..., p. 207...), *Histoire de lynx* (1991)...

Pour la mathématique de la chose, voir Lucien Scubla *Lire Lévi-Strauss* (Odile Jacob, 1998)

⁷⁵ L'exposé du 15 décembre 2007 nous a fourni une autre version du même mythe de la « mathémusique » selon la variation suivante (comme Lévi-Strauss nous l'a appris, un mythe est l'ensemble de ses variantes...) :

$$\frac{\text{Création (de l'analyse musicale)}}{\text{Rigueur (de la mathématique)}} \hookrightarrow \frac{\text{Création (de la mathématique)}}{\text{Valeur musicalement synthétique (d'une opération non rigoureuse)}} = \frac{\text{l'« algèbre de Boulez » mathématiquement inventée}}{\text{Qualité musicale globale de la pièce « variant » librement Structures Ia}}$$

mathématique la plus précise et la plus actuelle ⁷⁶ ne doit pas nous étonner : elle est ici clairement au principe de la réduction d'une fracture subjective chez son auteur, entre la figure du mathématicien nourri d'informatique théorique et celle du musicien improvisateur nourri de Cecil Taylor ⁷⁷.

⁷⁶ Quitte, pour ce faire, à remettre explicitement (p. 19...) ses pas dans ceux du mythe pythagoricien originel, mythe qui a pourtant fait le plus grand mal aux théories mathématisées de la musique, au point même que le grand Euler a eu, en son temps, le courage de donner raison aux musiciens partisans d'Aristoxène contre les mathématiciens partisans de Pythagore qui prétendaient continuer de dicter leurs lois numériques à une musique qui s'en était émancipée... depuis le XIII^e siècle (voir l'histoire de la tierce harmonique).

⁷⁷ Faut-il préciser combien cette logique mythologique est sourdement à l'œuvre tout au long du livre de Mazzola, à travers les convocations surprenantes d'un « *Big Bang* » tout azimuts, d'un « Principe anthropique » circulant de la cosmologie jusque dans le contrepoint, sans oublier cet attachement incorrigible au mythe moderniste d'un Boulez mathémusicien « *s'appuyant sur les mathématiques pour développer [son] travail artistique* » (p. 174). Pour une démythification de ce dernier point par son auteur même, voir mon entretien avec Pierre Boulez le 4 mars 2005 à l'Ens : www.diffusion.ens.fr/index.php?res=conf&idconf=609
www.entretemps.asso.fr/Boulez/visite

Annexe 2 : Mamuphi**Petite chronologie mamuphi**

- Décembre 1999 : *Forum Diderot* « Mathématique et musique » de la SME^{ff}
- 2000-2001 : Première année du séminaire *mamuphi* (à l'Ircam)^{gg}
- À partir de l'automne 2001 : Séminaire *MaMuX* (à l'Ircam) [dir. C. Agon, M. Andreatta]
- À partir de l'automne 2004 : Reprise du séminaire *mamuphi*, à l'Ens [dir. C. Alunni, M. Andreatta, F. Nicolas]
- À partir de l'automne 2006 : *École mathématique pour musiciens et autres non-mathématiciens* [dir. Y. André, F. Nicolas]

Les 32 interventions du séminaire mamuphi durant la période 2005-2007

			Théorie de la musique <i>avec</i> les mathématiques			Maths	Philo
			I Application	II Mathématisation	III Expérimentation		
2005	février	C. Alunni					
		M. Andreatta					
		F. Nicolas					
	mars	Y. Hellegouarch					
		M. Broué					
	avril	F. Nicolas					
		G. Mazzola					
	mai	R. Guitart					
		T. Paul					
octobre	F. Nicolas						
	G. Mazzola						
novembre	J.-Y. Girard						
décembre	Y. André						
2006	janvier	R. Guitart					
	février	P. Cartier					
	mars	J.-B. Joinet					
	avril	G. Longo					
	mai	G. Gargani					
	octobre	F. Nicolas					
	novembre	M. Andreatta					
décembre	R. Guitart						
2007	janvier	S. Dugowson					
	février	D. Rabouin					
	mars	G. Dowek					
	mai	F. Nicolas					
	octobre	M. Andreatta					
		F. Nicolas					
		C. Alunni					
	novembre	S. Schaub					
		F. Nicolas					
décembre	F. Borceux						
décembre	R. Kromer						
23 séances	32 interventions	5	4	8	10	5	
			17			15	

NOTES DE FIN (RÉFÉRENCES DES CITATIONS)

^a p. 335

^b Chapitre 9

^c Exposé *MaMuX* du 15 décembre 2007

^d Chapitre 9

^e Chapitre 8

^f Chapitre 13

^g Birkhäuser (2002)

^h *Musicae scientæ*, vol.I, n°2, 1997

ⁱ *La formation de l'esprit scientifique* (p. 14)

^j Débat avec J. Cavailles du 4 février 1939 (voir *Œuvres complètes de philosophie des sciences* de Jean Cavailles, Hermann, 1994 ; p. 607)

^k id. p. 630

^l id. p. 630

^m id., p. 606

ⁿ *Les mathématiques, les idées et le réel physique* (Vrin, 2006), p. 148

^o Débat avec A. Lautman du 4 février 1939 (voir *Œuvres complètes de philosophie des sciences* de Jean Cavailles, Hermann, 1994 ; p. 601)

^p *Du collectif au pari* (1939) (voir *Œuvres complètes de philosophie des sciences* de Jean Cavailles, Hermann, 1994 ; p. 642)

^q Débat avec A. Lautman..., p. 601

^r Débat avec A. Lautman..., p. 594

^s p. 127

^t p. 133

^u p. 125

^v p. 137

^w p. 137

^x partie IV de son dernier livre

^y partie V

^z p. 31

^{aa} le chapitre II

^{bb} p. 5

^{cc} p. 173

^{dd} p. 174

^{ee} p. xv

^{ff} Société européenne de mathématique. Forum organisé simultanément à Lisbonne, Paris et Vienne. Le forum parisien se tient à l'Ircam autour du thème « Logique mathématique et logique musicale au xx^e siècle ». Voir *Mathematics and Music. A Diderot Mathematical Forum* (éd. G. Assayag, H. G. Feichtinger, J. F. Rodrigues ; Springer 2002)

^{gg} Voir *Penser la musique avec les mathématiques ?*; éd. G. Assayag, G. Mazzola, F. Nicolas (Ircam-Delatour, 2006)