

Alain Badiou

Marque et Manque : à propos du Zéro

L'épistémologie se disjoint de la reprise idéologique, où toute science vient figurer son reflet, pour autant qu'elle exclut l'opérateur institutionnel de cette reprise : la notion de Vérité, et procède selon le concept d'un mécanisme de production, dont on attend que, par différence, la théorie de sa structure rende raison de son effet.

Qu'en est-il d'une épistémologie de la logique?

La représentation de cette discipline dans le réseau des indicateurs idéologiques nous la montre étrangère au réel, discours présupposant, non la construction d'un objet, mais la position de la Vérité. C'est ce que Frege énonce abruptement lorsqu'il assimile une proposition à un nom propre dont la référence — la dénotation — est le Vrai, ou le Faux. Il en résulte que la logique ordonne incessamment autant d'écritures liées qu'il lui est nécessaire pour passer d'un invariable nom-du-Vrai à un autre : la logique est ici *l'indéfini scriptural d'un état civil de la vérité*¹.

A partir de quoi on peut en effet démontrer — entreprise de J. Lacan et J.-A. Miller — que, surnommé, le Vrai tombe en dessous de ses noms, présent pourtant dans son état civil par l'itération qui nous fait déclarer sans cesse, à sa naissance perpétuelle, ses nouveaux noms anonymes. Le mouvement nominal, la compulsion répétitive où se déploie l'impuissance à croire tenir jamais le patronyme usuel du Vrai, c'est la marque même, dans la séquence liée des propositions, de ce qui n'est qu'un manque sur quoi elle glisse sans résistance ni succès.

A ce double procès (salut du Vrai; convocation et marque du manque) nous allons objecter la stratification du signifiant scientifique.

Pour nous, et la représentation idéologique, par Frege, de sa propre entreprise, et la reprise de cette représentation dans le lexique du Signifiant, du manque et de la place-du-manque, masquent la pure essence productrice, le

procès de position par quoi la logique, en tant que machine, ne manque jamais de rien sinon de ce que par ailleurs elle produit.

La logique du Signifiant² est une métaphysique. Représentation de la représentation, procès-progress intra-idéologique.

1. Triple articulation du processus logique

La théorie de la logique se rapporte aux modes de production d'une division dans l'écriture linéaire; soit la dichotomie d'un ensemble structuré d'énoncés « introduits » dans le mécanisme dernier au titre de matière première (déjà travaillée).

Il en résulte immédiatement que le requisit unique à quoi doit obéir le fonctionnement du mécanisme est qu'au bout du compte quelque chose soit en effet *coupé*; que des écritures soient mécaniquement réparties en deux classes disjointes, désignées, par allusion au mécanisme le plus souvent utilisé : classe des énoncés dérivables, classe des énoncés non-dérivables.

La définition classique de la *consistance absolue* d'un système : qu'au moins une expression bien formée ne soit pas dérivable dans le système, désigne précisément cette exigence minimale. Sa transgression équivaut à considérer un mécanisme logique qui ne produit rien, la production n'étant en l'occurrence rien d'autre que la division effective des matériaux sur lesquels on opère.

A y regarder de plus près, on constate que cette division finale implique l'opération successive de trois mécanismes ordonnés. Car avant d'être répartis, les syntagmes doivent être *formés*, puis *triés*, aucun système de dérivation ne pouvant les soumettre tous à son principe de division (ce qui veut simplement dire qu'une machine spécialisée possède une entrée où ne peuvent être introduits que des matériaux spécifiques, préalablement usinés).

Nous aurons donc à distinguer les mécanismes de *concaténation*, de *formation*, et de *dérivation*.

Toute dissimulation de l'autonomie du second mécanisme — par rapport au troisième — a pour effet la perte de l'essence même : la fonction productrice du processus logique³. Et rien n'est plus important que de parcourir dans leur ordre les machineries de la logique.

a) *Concaténation* : La matière absolument première du processus logique

2. Par logique du Signifiant, nous entendons ici le système des concepts par lesquels penser l'articulation du sujet : Manque, Place, Tenant-Lieu, Suture, Forclusion, Refente. Ces concepts ont été produits par J. Lacan, et c'est reconnaître à son égard une dette définitive que d'engager le procès de limitation de leur usage : le procès critique.

La thèse que nous soutenons va seulement à esquisser l'impossibilité d'une logique du Signifiant enveloppante au regard de l'ordre scientifique, et où s'articulerait l'effacement de la coupure épistémologique.

3. L'opérateur privilégié de cette dissimulation est le concept de *sens*, à quoi l'on rapporte et l'origination du Vrai (dérivabilité) et le rejet du non-sens (formation-syntaxe).

1. Cf. Frege, « On sense and nominatum », in *Readings in Philosophical Analysis*, Feigl et Sellars, N. Y. 1949. (p. 85-102).

« Tout énoncé assertif, à quelque domaine qu'appartiennent les dénotations des mots qui y figurent, doit donc être tenu pour un nom propre; et sa dénotation, si elle existe, est soit le Vrai, soit le Faux. »

« Tous les énoncés vrais ont ainsi le même dénotation. »

lui est fournie par une sphère particulière de la production technique, l'écriture. Il s'agit en effet d'un stock de marques graphiques, séparables et indécomposables, formant un ensemble fini ou au plus dénombrable que nous appellerons l'alphabet.

Le premier mécanisme « reçoit » ces marques dont il compose des *suites finies* (juxtaposition linéaire avec répétitions éventuelles). Il est monté pour produire toutes les suites finies de cette espèce, et ce sont donc elles que nous trouvons à la sortie du mécanisme. Soit S cette production.

b) *Formation* : Le deuxième mécanisme opère sur S , et en réalise de proche en proche une *dichotomie parfaite*, qui sépare sans reste les suites « acceptées » par la machine des suites rejetées. On appelle expressions bien formées les expressions acceptées, mal formées les autres ⁴.

Les opérateurs (les « pièces ») de ce mécanisme sont les *règles de formation*, qui prescrivent aux concaténations acceptables certaines configurations : par exemple, la machine dite « calcul des prédicats avec égalité » pourra accepter les suites $I(x, x)$ et non- $I(x, x)$ mais rejettera la suite $x(I, x)$.

Par une dangereuse tolérance sémantique, on appelle souvent les énoncés rejetés des non-sens.

L'ensemble des règles de formation constitue la syntaxe.

Remarquons tout de suite que si, comme l'indique en apparence le célèbre théorème de Gödel, la dichotomie dernière (celle du troisième mécanisme) ne peut, pour une machine « forte », se faire sans reste ⁵ — car il y a toujours des énoncés *indécidables* —, la possibilité même de ce résultat *présuppose l'existence d'un mécanisme dichotomique sans reste* : celui qui fournit au mécanisme démonstratif sa matière première, les expressions bien formées. Les apories de la dérivation sont assignables sous la condition d'une syntaxe parfaite.

L'ordre signifiant refendu, marqué par ce dont il manque, n'est exhibé

4. Que la division soit sans reste veut dire : étant donnée une écriture quelconque (une suite finie de signes de l'alphabet), il existe un procédé effectif qui permet de déterminer *sans ambiguïté* la conformité ou la non-conformité de l'expression aux règles de la syntaxe.

Pour les logiques classiques, cette propriété syntaxique fait l'objet d'une démonstration par récurrence portant sur le nombre de parenthèses de l'expression.

Cf. S. Kleene, *Introduction to Metamathematics*, Amsterdam, 1964, p. 72 s.

5. Une machine forte est capable de répartir les écritures de l'arithmétique récursive.

Notons qu'il existe un mécanisme logique faible, mais *parfait* : le Calcul des Propositions. Ce système est en effet :

— Consistant à tous les sens du terme,

— Décidable (de toute expression bien formée, on peut savoir mécaniquement si elle est ou non dérivable),

— Complet (toute expression bien formée est, ou dérivable, ou telle qu'ajoutée aux axiomes elle rend le calcul inconsistant),

— Catégorique (tous les modèles sont isomorphes).

La seule existence de ce Calcul pose quelques problèmes à la Logique du Signifiant, car rien, fût-ce une place vide, n'y atteste un manque. Très rigoureusement, ce système ne manque de rien, ni ne marque le rien dont c'est même déjà trop dire qu'il en manque.

On peut soutenir que la perfection du Calcul des Propositions est le référent différentiel intra-logique de « l'imperfection » relative des autres systèmes.

que dans sa différence à un ordre autonome effectivement fermé, c'est-à-dire intégralement décidable (celui de la formation des syntagmes). En ce sens, on ne peut soutenir que la déchirure ou l'itération compulsive soient le prix inévitable de la fermeture. Il faut dire : l'existence d'un mécanisme fermé infaillible conditionne celle d'un mécanisme dont on puisse dire qu'il est infermable, et donc intérieurement limité.

La monstration d'une suture présuppose l'existence d'une forclusion.

Quoi qu'il en soit de cette anticipation théorique, retenons qu'à la sortie du mécanisme syntaxique, nous trouvons l'ensemble des expressions bien formées, soit E .

c) *Dérivation* : Le troisième mécanisme opère sur E , et il est généralement monté pour en produire :

1 : Une dichotomie parfaite, entre Thèses (ou énoncés dérivables) et non-Thèses (énoncés indériverables),

2 : Un certain type de liaison fonctionnelle entre les moitiés.

Cette deuxième condition est capitale. Si l'exigence de dichotomie était la seule, les mécanismes logiques classiques (par exemple une formalisation de l'arithmétique) n'auraient aucun défaut : il est bien vrai que tous ces mécanismes séparent sans reste les expressions bien formées en dérivables et non dérivables, en thèses (T) et non-thèses (NT) ⁶.

Un énoncé indécidable, comme celui que construit Gödel, n'est évidemment pas un énoncé qui ne serait ni démontrable ni indémontrable (ce qui n'aurait aucun sens). Le centre de la preuve de Gödel est au contraire atteint quand on montre que cet énoncé *n'est pas* démontrable. Il est donc bien assigné à l'une des deux moitiés.

Un énoncé indécidable n'est pas le reste d'une coupure, mais un énoncé tel que ni lui ni sa négation ne sont dérivables. Un tel énoncé est certes *irréfutable* (réfutation = démonstration de la négation). Mais il est explicitement indémontrable. Il y a bien partage sans reste entre le dérivable et le non-dérivable : mais l'énoncé de Gödel et sa négation sont *dans la même moitié*.

Tout repose ici sur un opérateur syntaxique spécial, et la structure qu'il commande, l'opérateur de négation.

6. C'est une question *différente* de déterminer si, pour toute expression bien formée, il existe un procédé mécanique (effectif) permettant de savoir « d'avance » (sans avoir à la dériver) si elle est, ou non, dérivable.

L'existence d'un tel procédé définit la *décidabilité* du système. On sait (Church, Kleene) que les mécanismes logiques assez forts sont généralement indécidables.

On ne confondra pas la *décidabilité d'un système* avec l'existence ou la non-existence d'un énoncé tel que ni lui ni sa négation ne sont dérivables. Le problème de l'existence d'un énoncé indécidable n'est pas un problème de décidabilité, mais un problème de *complétude*.

Un système peut être décidable et incomplet : il y existe alors des énoncés (indécidables) dont on peut « décider » à l'avance, par un procédé effectif, qu'ils ne sont ni dérivables ni réfutables.

La réciproque cependant n'est pas vraie : un théorème méta-mathématique important lie les résultats d'indécidabilité (Church) aux résultats d'incomplétude (Gödel). Si un système formel (assez fort) est indécidable, alors il est ou inconsistant, ou incomplet.