Réécrire la philosophie avec la mathématique dans une perspective Grothendieckienne

(Séminaire *mamuphi*, 17 novembre 2018)

- Charles Alunni -

[pdf]

Je proposerai une approche plus spécifiquement *philosophique* de la *Philosophie synthétique de la mathématique contemporaine*. Mais, comme tous les grands livres, il faut bien dire, dès l'abord, que celui de Fernando Zalamea est irrésumable, exigeant tout simplement que le lecteur potentiel s'y attèle, quel que soit son point de vue : mathématique et/ou philosophique.

Premier point : je présenterai ce qu'on pourrait appeler le **Principe général d'une pensée synthétique**, qui est l'aspect le plus *philosophiquement exotérique* de l'entreprise.

Dans un article récemment publié en Italie, et qui est une sorte de *Manifeste* fédérateur, Zalamea propose un « pamphlet » en faveur de la pensée synthétique à l'aube du XXIème siècle, en indiquant que ces termes méritaient quelque éclaircissement : *le pamphlet* – « opuscule à caractère agressif » selon le dictionnaire – implique un combat avec des armes légères mais néanmoins d'assaut. La *pensée* implique toute forme de croisement entre science, art, philosophie, essai critique et combat systématique contre les compartimentations étanches et épuisées. La *synthèse*, quant à elle, s'oppose à l'analyse, d'après des polarités bien définies telles que composition *versus* décomposition, relations *versus* éléments, extérieur *versus* intérieur, impureté *versus* stérilisation, théorie des catégories *versus* théorie des ensembles. En bref, le XXIème siècle nous invite à une réflexion profonde sur l'ensemble du spectre intellectuel contemporain qui est le nôtre.

Le XXème siècle aura donc subi une si forte influence du tournant linguistique analytique anglo-saxon (à certains moments brillante, et à d'autres tout simplement déplorable), qu'il est maintenant temps de formuler *une contre-proposition* en vue d'une nouvelle ouverture non dogmatique de la pensée.

Fernando prend un exemple fondamental en la personnalité de Gottlob Frege. Les multiples références à une « révolution frégéenne » *supposée* dans le cadre des fondements de la mathématique au début du XXème siècle, sont un bel exemple de cette *mythologie* qui perdure jusqu'à nous de manière obstinée. Si vous demandez à n'importe quel logicien actif de notre époque en quoi consiste cette « révolution frégéenne » supposée, vous découvrirez qu'il s'agit là d'un événement tout simplement *inexistant*, d'un *mythe* créé par les philosophes et les historiens « standards » de la logique. En vérité, il est bien connu que la logique intègre 3 branches fondamentales (la théorie des modèles, la récursivité et la théorie des ensembles) dont la première, la théorie des modèles, a engendré les progrès logiques majeurs des dernières décennies, des progrès que l'on doit à des influences extrêmement claires et précises, *mais où la figure de Frege brille par son absence*.

Dès lors, dans le cadre d'un développement de la *logique mathématique*, la position particulière de Frege ne constitue qu'un mythe tenace. Par ailleurs, et plus largement, si l'on pense au développement de la *mathématique réelle*, la figure de Frege est absolument *hors contexte*. Autre chose est d'enregistrer l'impulsion de Frege, centrale et incontournable, pour Russell et pour le développement de la philosophie analytique. Mais cela ne fait que confirmer que « philosophie analytique » et « mathématique réelle » ont toujours connu des *chemins divergents*. Il faut donc désormais dissiper le premier grand mythe de la philosophie analytique prétendant se fonder sur la mathématique.

Dès lors que la mathématique est infiniment plus vaste que le couple *logique classique* + *ensembles cantoriens*, il convient d'espérer qu'émerge une nouvelle influence de la mathématique réelle *sur* la pensée philosophique. Toute la *Philosophie synthétique de la mathématique contemporaine* n'est rien d'autre que l'analyse extrêmement précise de ce qui est l'objet fondamental de la « philosophie synthétique », ainsi que du spectre des méthodologies mathématiques, mais également philosophiques et critiques qui peuvent être activées en vue d'ouvrir de nouveaux domaines de la pensée.

En mathématique comme en art, la source fondamentale de l'invention et de la découverte émerge à partir d'une échelle de contradictions, d'obstructions, de points aveugles, c'est-à-dire d'une liste qui se situe au-delà de la *stérilisation analytique*. L'un des tous premiers objectifs de ce que devrait être une « philosophie synthétique » consiste à aborder ce réseau de pénombres et de bords, aux *Avant-postes de l'obscur* selon la belle formule de Gilles Châtelet, oubliés par les courants « normaux » de la philosophie analytique.

Il convient ainsi de se souvenir que les moments les plus *créatifs* de l'histoire de l'humanité se situent précisément *au-delà du langage* et *par-delà la logique*. Que la philosophie néglige l'étude conceptuelle d'un Riemann, d'un Mahler, d'un Monet, n'est qu'une barbarie acceptée par le système académique, puisqu'il semble bien que la philosophie veuille limiter, de manière endogamique, sa propre tâche à une discussion primaire, secondaire, tertiaire, …, n-aire de systèmes philosophiques auto référents. Curieusement, la philosophie (analytique) s'est soigneusement enfermée en elle-même pour explorer, avec une précision inouïe, des territoires intérieurs incroyablement pauvres.

La créativité – qui est oscillation, mouvement pendulaire, rupture, perspectives inégales – ne peut se comprendre qu'à partir d'un *conglomérat synthétique de circonvolutions*, ce qui explique le peu d'attention de la philosophie analytique envers les potentialités créatrices en général, et mathématiques en particulier. La *créativité mathématique*, comme la créativité *artistique*, n'est autre qu'une incessante circonvolution.

L'invention des *corps finis* et des *groupes de Galois* tourne autour de l'obstruction obtenue à partir de l'analyse locale des équations : Galois incite, textuellement, à l'étude d'une « *métaphysique* » des équations. Les surfaces de Riemann tournent autour du problème de la multivalence de certaines fonctions complexes, et elles permettent d'inclure *structuralement* le Multiple dans l'Un. La « marée croissante » de Grothendieck couvre un objet analytiquement incompréhensible grâce à une catégorie de cercles qui permettent de le comprendre *synthétiquement* par rapport à son environnement.

Dans nombre de cas, seule une *vision synthétique*, grâce à un réseau sophistiqué de cercles, permet de faire avancer la mathématique.

Il convient à ce propos – et vous noterez ici les points communs multiples de l'entreprise de Fernando Zalamea et celle de Gilles Châtelet – de réécrire, deux cents ans plus tard, le *Brouillon Général* de Novalis, ce grand précurseur de tout ce qui est *trans*, grâce à l'infinie variété du *transit* tel qu'il s'est présenté au XIXème et au XXème siècles.

L'objet de la *Philosophie Synthétique* (comme l'a compris au moins en partie la Philosophie Continentale) doit affronter nombre de fragments de la connaissance que la Philosophie Analytique a considérés comme *insaisissable* ou parfaitement *incompréhensibles* : à savoir, qu'il s'agisse de contradictions, de points aveugles, de bords vagues, des fonds obscurs de la vérité, de cette pénombre imprécise où éclate la créativité et les potentialités esthétiques.

La *métaphysique*, loin de mourir, n'a jamais été aussi vivante, grâce à l'horreur engendrée par ceux qui voulaient l'assassiner. Je renverrai volontiers sur ce point, tant à la solidarité d'Alain Badiou, qu'à un texte tout à fait inconnu de Gaston Bachelard paru en 1933 et consacré à Spinoza.

Par sa proposition, Fernando Zalamea conteste *de facto* l'opposition entre sciences de la nature et sciences de l'esprit et, de manière encore plus profonde, *le dispositif kantien* de la connaissance, en *réincorporant* la métaphysique dans son cadre rationnel. Par ailleurs, l'entreprise de Zalamea participe de ce que cet *aspect synthétique* soit extirpé du schème kantien, comme ont tenté de le faire Gilles Châtelet ou Guerino Mazzola.

Je laisse ici de côté ce qui pourrait lier étroitement cette dimension *synthétique* et la *dialectique hégélienne* dont on sait qu'elle ne laisse pas indifférents nombre de mathématiciens tels que Bill Lawvere ou, de manière implicite, Alexandre Grothendieck (cf. Mélès).

J'en viens maintenant à un aspect plus détaillé et fort novateur de la *Philosophie synthétique des mathématiques contemporaines*.

Je ne m'attarderai pas sur les lignes de continuité avec la *Préface* du Lautman de 2006, mais je citerai simplement quelque point clé :

« L'œuvre d'Albert Lautman en philosophie mathématique apparaît comme un tournant profond, ouvrant à une véritable compréhension de la créativité en mathématiques et de ses rapports avec le réel. [C'est] un carrefour où convergent les mathématiques modernes, l'invention mathématique de pointe, les liaisons structurelles ou unitaires du savoir mathématique, et enfin les tensions dialectiques et métaphysiques qui sous-tendent l'activité mathématique […] Lautman aborde l'émergence de l'inventivité dans le très large spectre du développement des mathématiques *réelles* […] Il y décèle des modes de construction, structuration et unification qu'il relie à une interprétation platonicienne précise où de puissants couples d'Idées servent à organiser l'édifice des mathématiques effectives […] Lautman consiste tout d'abord dans ce qu'il a *aujourd'hui* à nous dire. Ses idées, sa méthode, ses paris sont maintenant plus saisissants que jamais », p. 17-18 d'Albert Lautman, *Les mathématiques, les idées et le réel physique*.

Un point important pour la suite du cheminement de Zalamea est le rapprochement étroit qu'il opère entre la *philosophie lautmanienne* et les concepts fondamentaux de la *théorie mathématique des catégories* :

« La plupart des *schémas de structure* et des *schémas de genèse* étudiés par Lautman dans sa thèse principale peuvent être précisés et, surtout, étendus, grâce à l'aide de la théorie des catégories […] Lautman décrit souvent le fonds conceptuel implicite dans certaines techniques de la théorie des catégories : foncteurs en topologie algébrique (description des théorèmes de dualité de Poincaré et d'Alexander), foncteurs représentables en variétés (description de la montée vers une surface universelle de recouvrement et de la hiérarchie d'isomorphismes intermédiaires liés aux sous-groupes du groupe fondamental), adjonctions logiques (description d'une *inversion* entre le théorème de complétude de Gödel et le théorème d'Herbrand), allégories libres (description d'une "structure qui soit comme un premier dessin de la forme temporelle des phénomènes sensibles"). Au fond, lorsqu'il soutient qu'il faut admettre "la légitimité d'une théorie des structures abstraites, indépendantes des objets reliés entre eux par ces structures", Lautman est très proche d'une théorie mathématique orientée vers les relations structurelles a*u-delà des objets* : la théorie mathématique des catégories […] Il est impossible de ne pas situer ses idées dans l'environnement de la théorie des catégories : que ce soit dans le *va-et-vient* entre catégories abstraites ("Dialectique commune") et catégories concrètes ("théories mathématiques distinctes"), dans les objets libres ("indétermination de la Dialectique") dont l'applicabilité externe *sur tout le spectre mathématique* est précisément conséquence de leur indétermination, ou dans les diagrammes, croquis et limites qui permettent d'ébaucher les grands schémas des échanges mathématiques », *ibid*., p. 31 et 32.

Contrairement à l'habitude de la plupart des philosophes des mathématiques (pour ne rien dire des tenants de l'école analytique, et par opposition aux mathématiques élémentaires bien trop pauvres pour laisser apparaître l'aspect prolifique et vraiment créatif de la discipline), Fernando définit, *à partir du champ effectif de la mathématique contemporaine*, et *non à partir de la philosophie* (inversant ainsi la flèche analytique), trois catégories fondamentales spécifiant les mécanismes internes et internes/externes d'une mathématique *en acte* 1) la mathématique *éidale* ; 2) la mathématique *quidditale* et 3) la mathématique *archéale*.

Il est notable que ces trois chapitres fassent suite à celui entièrement consacré à Grothendieck et à « la haute créativité mathématique ».

Zalamea affirme sa conviction que la mathématique la plus avancée pourvoit la philosophie de *nouvelles* problématiques et de nouveaux instruments. Au sein d'un *transformisme* universel – présent depuis les origines de la philosophie grecque et, dans le domaine mathématique, désormais codifié dans la théorie mathématique des catégories –, il a toujours été possible de détecter un *double mouvement* se réajustant perpétuellement : 1. des *séries oscillantes* de montée et de descente dans la compréhension ; 2. une recherche d'*invariants* derrière ces oscillations naturelles. *Éidal* (de *eidos* [Idée]) sera le mouvement d'ascension ; quidditdal (de *quidditas* [ce qui est]) le mouvement de descente ; et archéal (de *arkhê* [principal]) sera la recherche d'*invariants conceptuels* dans les différentes formes de *transit*.

I. Commençons par la mathématique *éidale* que Zalamea tire de son analyse de la haute mathématique *en action* de Serre, de Langlands, de Lawvere et de Shelah. Dans son étymologie même, *eidos* implique un *entrelacement* de *voir* (*idein*) et de *savoir* (*oida*). En « s'élevant » jusqu'au monde des idées, l'observateur contemple un paysage ouvert, depuis une perspective plus haute, et il peut « *voir* » plus loin. Une vision étendue implique un savoir plus ample. *En mathématiques, l'intérêt pour les « grandes » idées n'est pas différent* : elles ouvrent un immense domaine d'*action*, grâce auquel des programmes de travail sont organisés, des horizons défrichés, et des sous-spécialistes orientés. *En retour*, les idées se combinent avec des images (*eidola*), comprenant souvent de surprenantes *transfusions de forme*. Certaines contributions contemporaines fortes dans le domaine mathématique répondent, *de manière technique*, à des *distillations sophistiquées* de forme dans le monde conceptuel des idées mathématiques.

Derrière la question centrale de la phénoménologie – comment *transitons-nous* entre l'Un et le Multiple ? – avec ses sous-questions polaires : comment unifions-nous les phénomènes au moyen des catégories, et comment multiplions-nous l'universel dans le divers ? – derrière cette question se cachent des *modes de transformation* cruciaux de la connaissance *et* du monde naturel. Médiations, hiérarchisations, concaténations, polarisations, inversions, corrélations et triadifications, par exemple, sont des séries de transformations conduisant à une explication partielle de catégories universelles, aussi bien dans le cadre de la connaissance (en réorganisant l'héritage Kantien concernant le transit entre *noumène* et *phénomène*) que du monde physique.

Je ne prendrais ici, pour l'une de ses illustrations mathématiques, que le cas de Bill Lawvere. La capacité de la théorie des catégories à *axiomatiser*, avec une très grande précision, le *tissage* fondamental entre des considérations statiques (états, points, objets) et des considérations dynamiques (procès, voisinages, morphismes) est l'une des raisons profondes de son succès. La théorie présente un *va-et-vient permanent* entre les trois dimensions basiques de la sémiotique, en soulignant traductions et corrélations pragmatiques (comparaisons fonctorielles, *adjonctions*), à la fois dans les aspects sémantiques (classes canoniques de modèles) et dans les aspects syntaxiques (ordonnancement des types). Dans la vision de Lawvere, on trouve une *opposition* – en réalité, un *déploiement* à partir de cette opposition – de deux classes de catégories correspondant à « l'Être » et au « Devenir », entre lesquels vibre une « unité et identité des opposés » donnant naissance à de remarquables conjectures mathématiques, sur un terrain intermédiaire entre l'*ascension* vers le général (« d'en bas, à partir de l'espace réel »), et la *descente* vers le particulier (« du haut, à partir des algèbres classificatoires abstraites »).

Cette *union entre statique et dynamique* anticipée par Novalis, est *réalisée* avec une très grande originalité en théorie des catégories. Une combinatoire *naturelle* des niveaux permet de représenter un même objet *simultanément* comme fixé (dans une catégorie donnée) et variable (selon ses transformations fonctorielles). L'*aphorisme de Schlegel* liant universalité et transformation est incarné de manière précisément sophistiquée en théorie des catégories. Les universaux de la théorie sont toujours des *universaux dynamiques*, qui ne sont jamais rigidifiés en un Absolu fixé. L'ensemble complet des instruments catégoriques – composition, morphismes, transformations naturelles, esquisses, limites, adjonctions, faisceaux, schèmas, etc. – est converti en *un arsenal technique extrêmement puissant qui revitalise de manière inattendue la dialectique romantique entre l'Être et le Devenir*. Je renvoie à ce propos au très bel ouvrage de Benoit Timmermans, *Histoire philosophique de l'Algèbre Moderne. Les origines romantiques de la pensée abstraite.*

II. La mathématique *quidditale* est quant à elle extirpée des travaux d'Atiah, de Lax, de Connes et de Kontsevich.

Ici, la mathématique – grâce à la révolution spectaculaire de Riemann – sera la discipline nous conduisant à *codifier* les structures profondes sous-tendant *le monde naturel*. Ce néologisme *quidditat* (de *quidditas* [ce qui est]) désignera le processus de *descente* des constructions hautement abstraites des mathématiques contemporaines, ainsi que leur application au monde physique (« ce qui est »). Cet « être » se subdivise en une opposition tendue entre l' « essence » (*ousia*) et l' « existence » (*huparxis*), en un *contrepoint* <*contrapunteo*, *counterpointing*> *de transfusions du réel* qui devrait nous rappeler la dialectique mathématique entre essence et existence étudiée par Lautman. À nouveau, Zalamea note que *l'intérêt profondément philosophique de ces résultats de haute mathématique n'existe pas dans le cadre des mathématiques élémentaires*.

Un caractère extrêmement important de ce dispositif est sa *réversibilité*. Son paradigme se trouve dans la confrontation de Peter Lax et de Michael Atiah. Chez Lax, l'approche de la *quidditas* consiste en une sorte d'*oscillation pendulaire*, à l'*inverse* du mouvement observé chez Atiyah. Ce dernier effectue une *descente de l'éidal dans le quidditat* – de la maîtrise technique d'Atiyah en topologie algébrique, on passe à son application ultérieure au Théorème de l'Indice. *Inversement*, chez Lax, une très concrète *pragmatique quidditale originaire* conduit à une montée vers l'*éidal*, pour pouvoir ensuite *se projeter* sur le fragment de réalité initial. De fait, si le « cœur » mathématique de l'effort de capture du monde physique doit se trouver dans les *équations différentielles partielles*, et si une « tomographie » adéquate de ce cœur doit se trouver dans les *calculs computationnels des solutions de ces équations*, alors la connaissance située *à l'intersection* de ces deux domaines – précisément la spécialité de Lax – permettra de décrire quelque chose d'un « fonds réel » de la mathématique. C'est la définition même de la *tomographie* comme procédé *radiographique* donnant un cliché non d'un organe *total*, mais d'une *coupe* horizontale, verticale ou oblique. Ce qui offre une vision plus détaillée de *l'intérieur* de l'organe et permet de *détecter*, par exemple, de petites métastases.

On pourrait prendre également l'approche d'Alain Connes du *quidditat* à partir de l'émergence du groupe de Galois « cosmique » (dû à Cartier) qui est proche du groupe de Galois « absolu » en théorie des nombres : c'est là une forme de *transit* entre une configuration *éidale* bien connue (groupe absolu) et une configuration *quidditale* à explorer (groupe cosmique).

III. La mathématique *archéale* est enfin découverte et exhumée sur la base de l'analyse des travaux de Freyd, de Simpson, de Zilber et de Gromov.

Derrière le processus de montée et de descente décrit précédemment, derrière les oscillations pendulaires entre fragments d'*idéalité* et de *réalité*, derrière ce que nous avons appelé la dialectique *bipolaire* entre l'*éidal* et le *quidditat* – c'est-à-dire derrière le *transit incessant dans les deux directions* entre concepts et données, entre *langages* et *structures*, entre *mathématique* et *physique*, entre *imagination* et *raison* – ont surgi dans la mathématique contemporaine ces profonds *archétypes* par lesquels le transit peut être *stabilisé*, les polarités opposées *médiatisées*, et les mouvements pendulaires *balancés*.

Avec le néologisme *archéal* (de *archê*, « principe » ou « origine »), Zalamea désigne la recherche (et la découverte), dans la mathématique contemporaine, d'*invariants* remarquables permettant de contrôler en profondeur les transits, et ce *sans aucun besoin de les ancrer dans un sol absolu*. Ces invariants servent de « commencements » (*archô*) *relatifs*, « commandant » (*arkhên*) le mouvement à certains niveaux donnés (*dans des catégories concrètes spécifiques*). C'est donc *une conception révolutionnaire* qui est apparue *de manière théorématique* dans la mathématique contemporaine : le registre des *universaux qui peuvent se dissocier de tout absolu* « primordial », c'est-à-dire d'*universaux relatifs* qui règlent le *flux* de la connaissance. C'est là le registre des « décantations de l'universel » ; Zalamea aborde ensuite la contradiction terminologique apparente d'« universel relatif » (tiré de Grothendieck), ce qui donnera lieu à une nouvelle *aporie synthétique fondatrice* (non analytique, c'est-à-dire non *fondationnelle*) de la mathématique.

Comme avec Grothendieck, la *dialectique de l'Un et du Multiple* trouve l'une de ses expressions les plus heureuses dans la pensée catégoricienne, où *un* objet défini au moyen de propriétés universelles dans des catégories abstraites, apparaîtra à son tour comme *multiple* au regard de la pluralité des catégories concrètes où il « *s'incarne* ». L'Un et l'Universel entrent en parfait contrepoint, et dialoguent avec le *multiple* et le *contextuel*.

Zalamea note au passage le fait que dans la mathématique contemporaine, de délicats problèmes philosophiques dépendent de *réflexions théorématiques* partielles, et que c'est l'une des grandes forces de ces mathématiques avancées, comparées aux mathématiques élémentaires où, *par manque de complexité*, ne peuvent apparaître des réflexions similaires. Le bas niveau de complexité des mathématiques élémentaires se révèle être une véritable *obstruction* d'un point de vue philosophique.

Maintenant, une note concernant la logique mathématique et, en conclusion, une citation de Grothendieck.

Les plus éminents logiciens mathématiciens des dernières décennies du XX$^{\text{ème}}$ siècle (Shelah, Zilber, Hrushovski) ont souligné l'émergence de *noyaux géométriques* profonds et cachés, sous-jacents *derrière* les manipulations logiques – ce qui a totalement échappé aux philosophes analytiques. La logique mathématique contemporaine en est venue à démontrer *comment une protogéométrie précède nécessairement une logique*. Ce qui est en jeu ici, c'est donc une situation qui conduit à *renverser radicalement* – à nouveau sous une forme quasi orthogonale – l'approche habituelle de la philosophie analytique. En vérité, les changements dans la base logique codifient la déformabilité des (quasi-)objets mathématiques à travers des transits relatifs, ce qui permet de *dépasser la « rigidité » classique des objets* au sein d'un univers supposé *absolu*.

Dès lors, dans le cadre de la mathématique contemporaine, un objet n'est pas quelque chose qui « est », mais quelque chose qui est *dans le procès de l'être*, et ces occurrences ne sont pas situées *dans un tissu logique*, mais *dans un spectre initial* de *protogéométrie*. Les conséquences pour une ontologie de la mathématique sont *immenses* et radicalement *innovantes*. De toutes ces lectures mathématiciennes, il ressort que les questions concernant un « quoi » et un « où » absolus – dont les réponses devraient soi-disant décrire ou situer les objets mathématiques une fois pour toutes (que ce soit dans un monde d' « idées » ou dans un monde physique « réel », par exemple) – sont tout simplement *des questions mal posées*. Et c'est autour de cette question que Zalamea opère pour nous un rapprochement qui me semble fondamental – et au centre stratégique de sa *Philosophie synthétique* :

« De ses grandes orientations générales à ses concrétisations techniques les plus particulières, l'œuvre de Grothendieck livre un paradigme fondamental que nous aimerions appeler *pratique d'une mathématique relative*. Les stratégies de Grothendieck peuvent en effet être comprises, au sens conceptuel, comme proches des modulations relativistes qu'Einstein a introduites en physique. De manière technique, Einstein comme Grothendieck manipulent le cadre de l'observateur et la dynamique partielle de l'agent dans le processus de connaissance […] Grothendieck produit en mathématique non seulement un « tournant copernicien », mais également un "tournant einsteinien" […]. Nous avons affaire à *une vision qui se ramifie à travers toutes les mathématiques de l'époque*, et qui est aussi capable de donner lieu à *un fort tournant Einsteinien en philosophie des mathématiques.*

Une fois assumé le mouvement des observateurs, l'intérêt de la théorie de la relativité d'Einstein consiste à trouver des invariant appropriés (qui ne soient ni euclidiens, ni Galiléens) *derrière le mouvement*. De la même manière, une fois assumé le *transit* des objets mathématiques, l'intérêt de la *mathématique relative* de Grothendieck consiste à trouver des invariants appropriés (*ni élémentaires, ni classiques*) derrière le transit ».

Je conclurai donc avec Grothendieck et le premier texte manuscrit connu écrit de sa main, texte où il s'exprime pour la première fois sur la mathématique. Grothendieck est alors seulement âgé de 20 ans ; il est essentiellement autodidacte et n'a acquis sa vision des mathématiques que par lui-même :

« Il serait trop hâtif de considérer les constructions mathématiques actuelles et leurs méthodes générales comme fondées sur une logique universellement contraignante et totalement intuitive. Un développement mental étendu et des études brillantes, une pénétration progressive dans l'« esprit des mathématiques » [*en français dans le texte*] sont nécessaires pour s'élever soi-même au point de vue actuel des mathématiques et maîtriser véritablement l'abstraction […] Comme tu l'as vu, pour les mathématiciens ce fut un lent processus que de se frayer un chemin *vers les principes fondamentaux de leurs concepts* ; presque contre leur gré, ils se sont longtemps détournés du formalisme non résolu de l'algèbre classique et de l'analyse, de manière à briser leurs concepts, leurs théories et leurs résultats en leurs parties proprement élémentaires. On peut affirmer qu'ils y ont réussi, et que certains d'entre eux ont finalement développé un état d'esprit qui les a conduits à rechercher les fondamentaux de chaque définition et, de là, à explorer les éléments formels essentiels à chaque théorie et à chaque théorème, ce qui a pu ainsi leur permettre de restructurer ce qui était observé d'une théorie déjà connue, ou de prolonger cette théorie grâce à des conclusions encore plus générales ».

On entend déjà ici, en 1948, la voix d'un Grothendieck bien plus tardif.

Juste un point sur le dispositif essentiellement grothendieckien de Zalamea et sur sa proximité essentielle à une certaine pensée hégélienne :

« Le tissage mathématique serré entre le réel et l'idéal *ne peut être réduit à une seule de ses polarités* et mérite par conséquent d'être observé à travers la *conjonction de points de vue philosophiques complémentaires*. Nous pensons que toute réduction ou toute prise de parti préemptive empêche tout simplement la contemplation des spécificités du *transit* mathématique […] Nous voulons montrer que l'une des motivations essentielles et fondamentales de ce travail est le désir d'élaborer, de manière à réfléchir sur les mathématiques, une sorte de *faisceau* qui nous permettrait de réintégrer et de "recoller" certains points de vue philosophiques complémentaires. Comme cela apparaîtra clairement dans le Deuxième partie, la notion de *faisceau mathématique* est probablement le concept distinctif fondamental autour duquel l'élaboration des mathématiques contemporaines débute, avec un nouvel élan et tous ses instruments extraordinaires de *structurations*, de *géométrisation*, d'*assemblage*, de *transfert* et d'*universalisation* ; ainsi, la tentative de voir la mathématique *à partir d'un faisceau de perspectives également complexes* devient *naturelle*. Pour accomplir cette tâche, nous aurons à délimiter certaines "conditions de cohérence" entre perspectives philosophiques complémentaires, de manière à poursuivre avec quelques esquisses de "faisceautage" (*sheaving*) ou de "synthèse structurale" », p. 15.

Il est à noter que ce balayage médiateur entre l'analytique et le synthétique est appelé « une transformée de Grothendieck ».

Enfin cette citation néo-hégelienne trouvant un écho direct dans la littérature critique contemporaine :

« Nous avons vu également comment la hiérarchisation de la mathématique implique un processus incessant d'*autoréférence* qui donne lieu à une connaissance récursive des (quasi)objets et des processus en jeu : le savoir se distribue en couches et en strates (la mathématique comme architectonique), et l'interrelation des informations locales offre des pistes au sujet de la vision globale des "êtres" mathématiques […]

Bien que l'influence extensionnelle/analytique/ensembliste ait été jusqu'à présent prépondérante en mathématique, sa contrepartie intentionnelle/synthétique/catégorique devient chaque jour toujours plus pertinente, et une nouvelle "*synthèse de la dualité analyse/synthèse*" est à l'ordre du jour. Bien entendu, l'*autoréférence* tout juste mentionnée entre guillemets non seulement n'est pas contradictoire, mais elle exerce *une force multiplicatrice* dans une *hiérarchie* de la connaissance. » — Je vous renvoie ici à l'entreprise de relecture de la *Science de la logique hégélienne* par Franco Chiereghin, *Rileggere la* Scienza della logica *di Hegel. Recorsività, retroazioni, ologrammi*, Roma, Carocci editore, 2011. C'est une lecture qui intègre la *Science de la logique* dans le langage des systèmes complexes : *récursivité*, *rétroactions*, *hologrammes* et *autoréférence*.

***