

philosophie synthétique de la mathématique contemporaine

fernando zalamea

Traduit de l'anglais et de l'espagnol par Charles Alunni

Cet ouvrage offre une vue panoramique du large spectre des mathématiques, modernes et contemporaines, et des nouvelles possibilités philosophiques qu'elles suggèrent. En négligeant les changements conceptuels profonds apparus en mathématiques au cours du xx^e siècle, l'approche analytique dominante a en réalité entamé le divorce entre philosophie et pratique effective des mathématiques. Par l'étude de penseurs engagés dans les « mathématiques réelles » de leur époque (Lautman, Deleuze, Badiou, de Lorenzo ou Châtelet), Zalamea met au défi cette ignorance auto-imposée du « faire mathématique ».

Les gestes créateurs du maître du xx^e siècle Grothendieck et de ses continuateurs (Lawvere, Connes, Shelah ou Zilber – à côté de huit autres grands mathématiciens) sont ici explorés en détail. S'appuyant sur des philosophes comme Peirce, Merleau-Ponty ou Petitot, l'auteur fixe le programme d'une épistémologie nouvelle fondée sur ces puissants instruments conceptuels forgés par l'esprit mathématique, mais négligés par les philosophes. En particulier, il ébauche une philosophie synthétique, proche de la théorie des catégories et de la logique des faisceaux, qui devrait aider à ouvrir des nouvelles portes à la pensée contemporaine.

FERNANDO ZALAMEA est professeur de mathématique à l'Université nationale de Colombie de Bogotá. Il est l'auteur d'une vingtaine d'ouvrages portant sur la métaphore, la transversalité, le transfert, l'abîme, la frontière et la raison dans le monde contemporain. Ses auteurs de référence sont Peirce, Florenski, Marey, Lispector, Vieira da Silva ou Tarkovski. Il est l'éditeur et le traducteur de l'édition espagnole des œuvres complètes d'Albert Lautman, *Ensayos sobre la dialéctica, estructura y unidad de las matemáticas modernas* (2011) et prépare une monographie sur toute l'œuvre publiée ou distribuée, mathématique et philosophique, d'Alexander Grothendieck.

ÉDITIONS  HERMANN
Depuis 1876

www.editions-hermann.fr

978 2 7056 9586 6



30€

fernando zalamea philosophie synthétique de la mathématique contemporaine



philosophie synthétique de la mathématique contemporaine

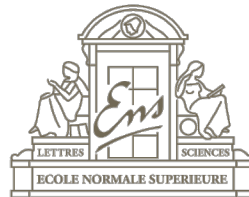
fernando zalamea


hermann
pensée des sciences

RÉÉCRIRE LA PHILOSOPHIE AVEC LA MATHÉMATIQUE DANS UNE PERSPECTIVE GROTHENDIECKIENNE

ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE

45, RUE D'ULM 75230 PARIS CEDEX 05 ♦ FAX : 00 33 (1) 43 29 73 69 ♦ dhc@ens.fr

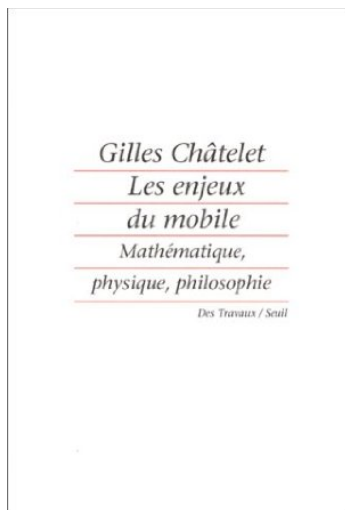


Mamuphi
Séance du 17 novembre 2018

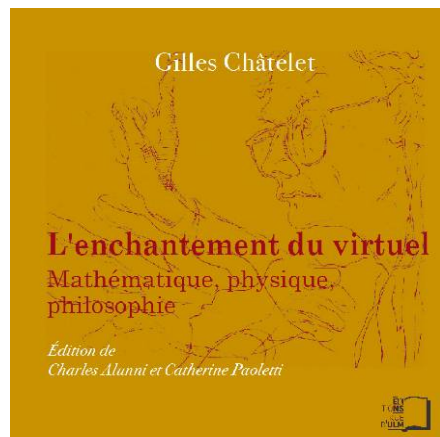
Commentaires consacrés à la *Philosophie synthétique de la mathématique contemporaine*

René GUITART, « Deux problèmes en vue d'une épistémologie transitive des mathématiques », *Revue de synthèse*, « Philosophie et Mathématique », Tome 136, n° 1-2 Paris, Lavoisier, 2015, p. 237-279.

Giuseppe LONGO, « Synthetic Philosophy of Mathematics and Natural Sciences Conceptual analyses from a Grothendieckian Perspective », tapuscrit 2015..



Gilles CHÂTELET, *Les Enjeux du mobile.*
Mathématique, physique, philosophie, Paris,
éditions Rue d'Ulm, 2011.



Gilles CHÂTELET, *L'Enchantement du virtuel.*
Mathématique, physique, philosophie, Paris,
éditions Rue d'Ulm, 2011.

La pensée mathématique contemporaine

Frédéric
Patras



TOME 136 • 4^e SÉRIE • N° 1-2 • 2014

Revue de Synthèse



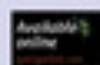
PHILOSOPHIE ET MATHÉMATIQUE

BACHELARD ET LES MATHÉMATIQUES

Charles Alunni, René Guitart, Frédéric Patras, Mario Castellana, Andrea Cavazzini

PROBABILITÉS

Jean-Pierre Côté, Éric Brian



Revue de synthèse
TOME 138 • 7^e SÉRIE • N° 1-4 • 2017

TOME 138 • 7^e SÉRIE • N° 1-4 • 2017

Revue de Synthèse

PHILOSOPHIE CONTEMPORAINE DE MATHÉMATIQUES

PHILOSOPHIE CONTEMPORAINE DE MATHÉMATIQUES : ÉVARISTE GALOIS, GIAN-CARLO ROTA, GILLES CHÂTELET

Charles Alunni, Yves André & Catherine Paoletti (dir.)

GIAN-CARLO ROTA, GILLES CHÂTELET : UNE COMBINATOIRE

Charles Alunni, Fabrizio Palombi, Pierre Cartier, Carlos Lobo,
Frédéric Patras, Albino Lanciani, Mario Castellana,
Thibault Damour, Yves André, Catherine Paoletti

DOCUMENTS

Évariste Galois, Georges Canguilhem, Jean-Toussaint Desanti, Gilles Châtelet

FONDATION
POUR LA
SCIENCE

BRILL

FONDATION
POUR LA
SCIENCE

Gaston Bachelard

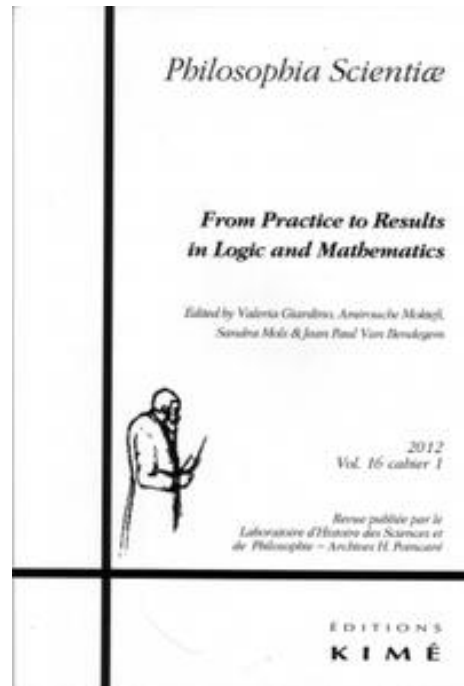


METAFISICA
DELLA MATEMATICA

A cura di Charles Aluini e Gerardo Ienna

(etcetera)


CASTELVECCHI



Baptiste MÉLÈS, *Pratique mathématique et lectures de Hegel, de Jean Cavaillès à William Lawvere, Philosophia Scientiae*, 16 (1), Avril 2012, « From Practice to Results in Logic and Mathematics », p. 153-182.

« L'œuvre d'Albert Lautman en philosophie mathématique apparaît comme un tournant profond, ouvrant à une véritable compréhension de la créativité en mathématiques et de ses rapports avec le réel. [C'est] un carrefour où convergent les mathématiques modernes, l'invention mathématique de pointe, les liaisons structurelles ou unitaires du savoir mathématique, et enfin les tensions dialectiques et métaphysiques qui sous-tendent l'activité mathématique [...] Lautman aborde l'émergence de l'inventivité dans le très large spectre du développement des mathématiques *réelles* [...] Il y décèle des modes de construction, structuration et unification qu'il relie à une interprétation platonicienne précise où de puissants couples d'Idées servent à organiser l'édifice des mathématiques effectives [...] Lautman consiste tout d'abord dans ce qu'il a *aujourd'hui* à nous dire. Ses idées, sa méthode, ses paris sont maintenant plus saisissants que jamais »,

P. 17-18 d'Albert Lautman, ***Les mathématiques, les idées et le réel physique***, Paris, Vrin, 2006.

« La plupart des *schémas de structure* et des *schémas de genèse* étudiés par Lautman dans sa thèse principale peuvent être précisés et, surtout, étendus, grâce à l'aide de la théorie des catégories [...] Lautman décrit souvent le fonds conceptuel implicite dans certaines techniques de la théorie des catégories : foncteurs en topologie algébrique (description des théorèmes de dualité de Poincaré et d'Alexander), foncteurs représentables en variétés (description de la montée vers une surface universelle de recouvrement et de la hiérarchie d'isomorphismes intermédiaires liés aux sous-groupes du groupe fondamental), adjonctions logiques (description d'une *inversion* entre le théorème de complétude de Gödel et le théorème d'Herbrand), allégories libres (description d'une "structure qui soit comme un premier dessin de la forme temporelle des phénomènes sensibles"). Au fond, lorsqu'il soutient qu'il faut admettre "la légitimité d'une théorie des structures abstraites, indépendantes des objets reliés entre eux par ces structures", Lautman est très proche d'une théorie mathématique orientée vers les relations structurelles *au-delà des objets* : la théorie mathématique des catégories [...]

Il est impossible de ne pas situer ses idées dans l'environnement de la théorie des catégories : que ce soit dans le *va-et-vient* entre catégories abstraites ("Dialectique commune") et catégories concrètes ("théories mathématiques distinctes"), dans les objets libres ("indétermination de la Dialectique") dont l'applicabilité externe *sur tout le spectre mathématique* est précisément conséquence de leur indétermination, ou dans les diagrammes, croquis et limites qui permettent d'ébaucher les grands schémas des échanges mathématiques »,

***ibid.*, p. 31 et 32.**

Les 3 catégories fondamentales d'une mathématique *en acte*

1) la mathématique *éidale*

2) la mathématique *quidditale*

3) la mathématique *archéale*

1) Des séries *oscillantes* de montée (*Éidal*, de *eidos* [Idée]) et de descente (*Quiddital*, de *quidditas*, [ce qui est]) dans la compréhension

2) Une recherche d'*invariants* derrière ces oscillations naturelles (l'*archéal*, d'*archê* [principal]), comme recherche d'*invariants conceptuels* dans les différentes formes de *transit*.

I. **Mathématique *éidale*** : Serre, Langlands, Lawvere et Shelah.

II. **Mathématique *quidditale*** : Atiah., Lax, Connes, Kontsevich.

III. **Mathématique *archéale*** : Freyd, Simpson, Zilber, Gromov.

Recherche d'*invariants remarquables* permettant de contrôler en profondeur les *transits*, et ce *sans aucun besoin de les ancrer dans un sol absolu*.

Ces invariants servent de « commencements » (*archô*) *relatifs*, « commandant » (*arkhên*) le mouvement à certains niveaux donnés (*dans des catégories concrètes spécifiques*).

« De ses grandes orientations générales à ses concrétisations techniques les plus particulières, l'œuvre de Grothendieck livre un paradigme fondamental que nous aimerions appeler *pratique d'une mathématique relative*. Les stratégies de Grothendieck peuvent en effet être comprises, au sens conceptuel, comme proches des modulations relativistes qu'Einstein a introduites en physique. De manière technique, Einstein comme Grothendieck manipulent le cadre de l'observateur et la dynamique partielle de l'agent dans le processus de connaissance [...] Grothendieck produit en mathématique non seulement un "tournant copernicien", mais également un "tournant einsteinien" [...]. Nous avons affaire à *une vision qui se ramifie à travers toutes les mathématiques de l'époque*, et qui est aussi capable de donner lieu à *un fort tournant Einsteinien en philosophie des mathématiques*.

Une fois assumé le mouvement des observateurs, l'intérêt de la théorie de la relativité d'Einstein consiste à trouver des invariant appropriés (qui ne soient ni euclidiens, ni Galiléens) *derrière le mouvement*. De la même manière, une fois assumé le *transit* des objets mathématiques, l'intérêt de la *mathématique relative* de Grothendieck consiste à trouver des invariants appropriés (*ni élémentaires, ni classiques*) *derrière le transit* ».

Fernando ZALAMEA, *Philosophie synthétique des mathématiques contemporaines*.

Lieber Antel Wilhelm

Mairages du 29.7.1948

Ich habe Dein letztes ausführliches Briefe mit Freude erhalten, und danke Dir für Deine ausführlichen Darstellungen. ~~Ich~~ ^{Ich} ~~provoziere~~ ^{objektive und subjektive} eine kleine Bemerkung bezüglich der Definition, die ich für „objektives Urteil“ vorschlage. Natürliche können die Wörter „unabhängig sein“ vom logischen Handpunkt aus angesehen werden. Aber wir sehen, daß es nicht bei der Definition vieler Begriffe mehr um die Suggestion ihres Sinnes handelt, als um eine regelrechte Definition - die oft nicht möglich ist, da es sich um zu Qualitatives, fluktuierendes handelt. Kann man von einer „Definition“ der Begriffe: kalt, rot, hell, - wahr, gewiss, Obacht, usw., sprechen? - Da mag es erlaubt sein, um den begrifflichen Inhalt ~~den~~ von einem Wort bezieht, dem Partner zu übermitteln, mit subjektiver Bilanzierung vorgehen. - Der Wort „zufällig“ kann (und von rechts wegen, muß) natürlich angesehen werden. „Übriges“ sollen die psychischen Zustände als „Erfahrungsmaterial“ und nicht „Erfahrung-Urteil“, benutzt werden. Da mag meine unverständliche Schrift ein Mißverständnis verursacht haben.

Da sagt, daß ~~man~~ ^{gemäß} der Definition die Begriffe und subjektiv sich gegenseitig ausschließen, ob nicht festzustellen sei, welchen Art Urteil vorliegt. Du aber zugeben, daß zumindest die einen Urteils Urteils erwiesen werden können.

Alexandre GROTHENDIECK, Lettre à Wilhelm Heydorn, 29 juillet 1948.

« Il serait trop hâtif de considérer les constructions mathématiques actuelles et leurs méthodes générales comme fondées sur une logique universellement contraignante et totalement intuitive. Un développement mental étendu et des études brillantes, une pénétration progressive dans l'« esprit des mathématiques » [*en français dans le texte*] sont nécessaires pour s'élever soi-même au point de vue actuel des mathématiques et maîtriser véritablement l'abstraction [...] Comme tu l'as vu, pour les mathématiciens ce fut un lent processus que de se frayer un chemin *vers les principes fondamentaux de leurs concepts* ; presque contre leur gré, ils se sont longtemps détournés du formalisme non résolu de l'algèbre classique et de l'analyse, de manière à briser leurs concepts, leurs théories et leurs résultats en leurs parties proprement élémentaires. On peut affirmer qu'ils y ont réussi, et que certains d'entre eux ont finalement développé un état d'esprit qui les a conduits à rechercher les fondamentaux de chaque définition et, de là, à explorer les éléments formels essentiels à chaque théorie et à chaque théorème, ce qui a pu ainsi leur permettre de restructurer ce qui était observé d'une théorie déjà connue, ou de prolonger cette théorie grâce à des conclusions encore plus générales ».

Alexandre GROTHENDIECK, *Lettre à Wilhelm Heydorn*, 29 juillet 1948

« Le tissage mathématique serré entre le réel et l'idéal *ne peut être réduit à une seule de ses polarités* et mérite par conséquent d'être observé à travers la *conjonction de points de vue philosophiques complémentaires*. Nous pensons que toute réduction ou toute prise de parti préemptive empêche tout simplement la contemplation des spécificités du *transit* mathématique [...] Nous voulons montrer que l'une des motivations essentielles et fondamentales de ce travail est le désir d'élaborer, de manière à réfléchir sur les mathématiques, une sorte de *faisceau* qui nous permettrait de réintégrer et de "recoller" certains points de vue philosophiques complémentaires. Comme cela apparaîtra clairement dans la Deuxième partie, la notion de *faisceau mathématique* est probablement le concept distinctif fondamental autour duquel l'élaboration des mathématiques contemporaines débute, avec un nouvel élan et tous ses instruments extraordinaires de *structurations*, de *géométrisation*, d'*assemblage*, de *transfert* et d'*universalisation* ; ainsi, la tentative de voir la mathématique à partir d'un *faisceau de perspectives également complexes* devient *naturelle*. Pour accomplir cette tâche, nous aurons à délimiter certaines "conditions de cohérence" entre perspectives philosophiques complémentaires, de manière à poursuivre avec quelques esquisses de "faisceutage" (*sheaving*) ou de "synthèse structurale" »,

Philosophie synthétique, p. 15.

APPENDICE.

« Nous avons vu également comment la hiérarchisation de la mathématique implique un processus incessant d'*autoréférence* qui donne lieu à une connaissance récursive des (quasi)objets et des processus en jeu : le savoir se distribue en couches et en strates (la mathématique comme architectonique), et l'interrelation des informations locales offre des pistes au sujet de la vision globale des "êtres" mathématiques [...]

Bien que l'influence extensionnelle/analytique/ensembliste ait été jusqu'à présent prépondérante en mathématique, sa contrepartie intentionnelle/synthétique/catégorique devient chaque jour toujours plus pertinente, et une nouvelle "*synthèse de la dualité analyse/synthèse*" est à l'ordre du jour. Bien entendu, l'*autoréférence* tout juste mentionnée entre guillemets non seulement n'est pas contradictoire, mais elle exerce *une force multiplicatrice* dans une *hiérarchie* de la connaissance. » —

Cf. l'entreprise de relecture de la *Science de la logique* hégélienne par Franco CHIEREGHIN, *Rileggere la Scienza della logica di Hegel. Recorsività, retroazioni, ologrammi*, Roma, Carocci editore, 2011. C'est une lecture qui intègre la *Science de la logique* dans le langage des systèmes complexes : *récurtivité, rétroactions, hologrammes* et *autoréférence*.