

GENÈSE DE L'APPROCHE CATÉGORIQUE DES SYSTÈMES ÉVOLUTIFS À MÉMOIRE (MES)

par

Andrée C. EHRESMANN

Université de Picardie Jules Verne, LAMFA

ehres@u-picardie.fr

<http://ehres.pagesperso-orange.fr>

<http://vbm-ehr.pagesperso-orange.fr>

Congrès de Nice, 1957

Charles
Ehresmann



Gustave
Choquet

Charles Ehresmann :

«... Le mathématicien est engagé dans la poursuite d'un rêve sans fin. Chaque problème résolu pose de nouvelles questions de plus en plus nombreuses. Mais <..> le vrai but de son rêve perpétuel est de comprendre la structure de toute chose. » (Bologne 1967)

« This theory of categories seems to be the most characteristic unifying trend in present day Mathematics. » (Lawrence, 1966)

Congrès de Nice, 1957

Charles
Ehresmann



Gustave
Choquet

Charles Ehresmann :

«... Le mathématicien est engagé dans la poursuite d'un rêve sans fin. Chaque problème résolu pose de nouvelles questions de plus en plus nombreuses. Mais <..> le vrai but de son rêve perpétuel est de comprendre la structure de toute chose. » (Bologne 1967)

« This theory of categories seems to be the most characteristic unifying trend in present day Mathematics. » (Lawrence, 1966)

En 1983, Jean-Paul Vanbremeersch me suggère d'appliquer la théorie des catégories à l'étude des problèmes de complexité, hiérarchie, émergence et cognition, très discutés dans les milieux intellectuels Français à cette époque. S'ensuit notre développement des MES, qui utilisera certains de mes travaux antérieurs :

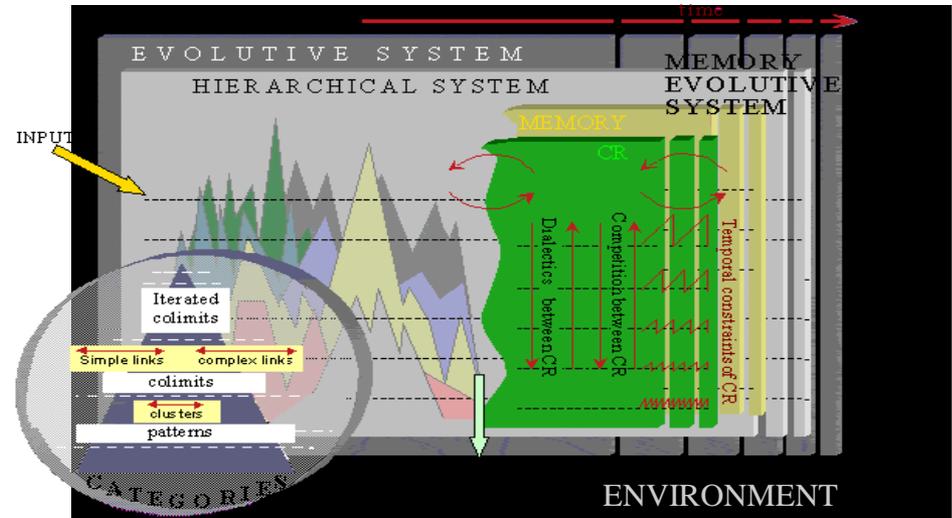
= Un MES est un *semi-faisceau de catégories*, notion introduite dans ma thèse (sous la direction de G. Choquet, 1962) pour définir les *distructures*, puis utilisée pour définir des *systèmes guidables* en vue de problèmes de contrôle (1963-66).

= Le *processus de complexification* se ramène à la construction de complétions partielles de catégories, en particulier à celle du prototype d'une esquisse (avec C. Ehresmann 1968-1972).

SYSTÈME EVOLUTIF A MÉMOIRE (MES)

Exemples. Organismes biologiques ou sociaux. Système neuronal **Neur**. Modèle **MENS** pour un système neuro-cognitif qui intègre **Neur** et le mental, avec formation de processus cognitifs supérieurs, e.g. créativité.

La méthodologie MES est basée sur une Théorie des Catégories 'dynamique' intégrant le Temps.



Un MES est un système dont la configuration change au cours du temps, par adjonction, suppression ou combinaison de composants et liens. Ainsi le système n'est pas modélisable par une unique catégorie, mais à l'aide d'un **système évolutif** (SE) **H** formé par la famille (indexée par le temps) de ses configurations successives et par les 'transitions' entre elles qui repèrent leurs changements.

La configuration de **H** en t est représentée par une **catégorie** H_t ayant pour objets les états des composants de **H** en t ; les morphismes (ou liens) représentent les canaux par où ces objets peuvent interagir ; un morphisme f peut être actif ou non en t , et il a un *délai de propagation* $d_t(f)$ en t . Ce délai vérifie :

$$d_t(gf) = d_t(g) + d_t(f).$$

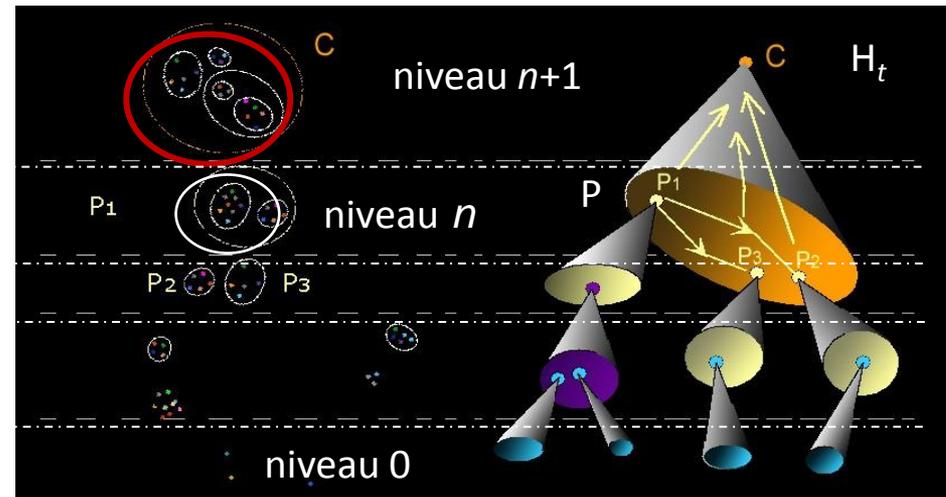
I

HIERARCHIE D'OBJETS COMPLEXES

PRINCIPE DE MULTIPLICITE

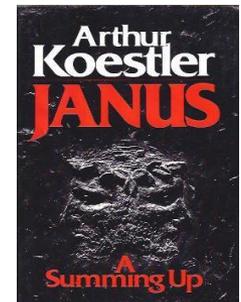
CATEGORIE HIERARCHIQUE

"Tout objet que considère la Biologie représente un système de systèmes; lui-même élément d'un système d'ordre supérieur" (Jacob, 1970)



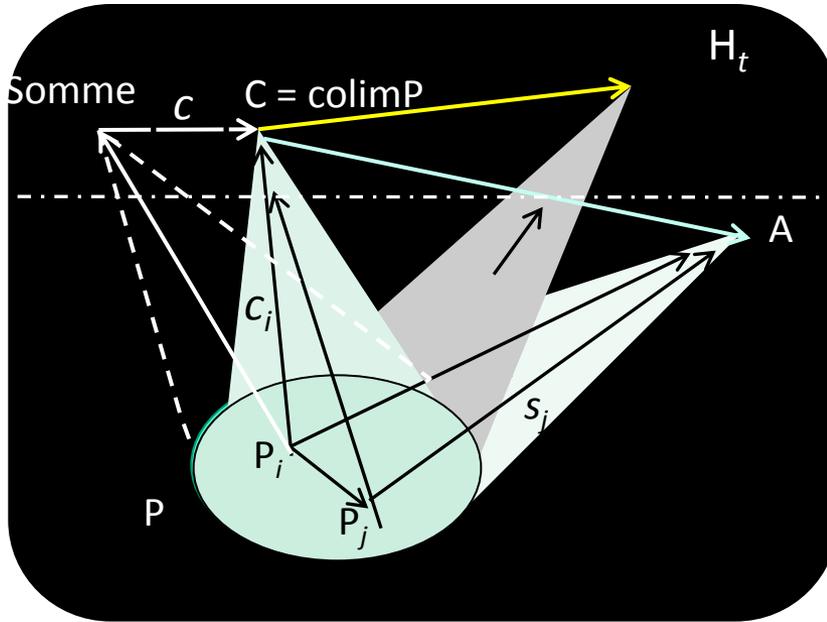
Pour tenir compte du fait qu'un MES H a des composants plus ou moins 'complexes' (e.g. atomes, molécules, cellules, organes,...), nous supposons que, pour tout t , sa configuration H_t en t est une **catégorie hiérarchique** : ses objets sont répartis en *niveaux de complexité* croissante, de sorte qu'un objet C de niveau $n+1$ admette au moins une décomposition en un pattern P (ou diagramme) formé d'objets liés P_i de niveaux $\leq n$, de sorte que C et P aient le même rôle opérationnel. Formellement, C est la *colimite* de P dans H_t .

Ainsi tout objet C de niveau > 0 est 'complexe' par rapport à un composant P_i d'une de ses décompositions de niveaux inférieurs, mais 'simple' par rapport à un objet de niveau $n+2$ dont il est l'un des composants : il est "Janus-faced" (Koestler).



Comment combiner des objets en "un tout qui est autre chose que la somme de ses parties" (Aristote) ?

OBJET COMPLEXE COMME COLIMITE



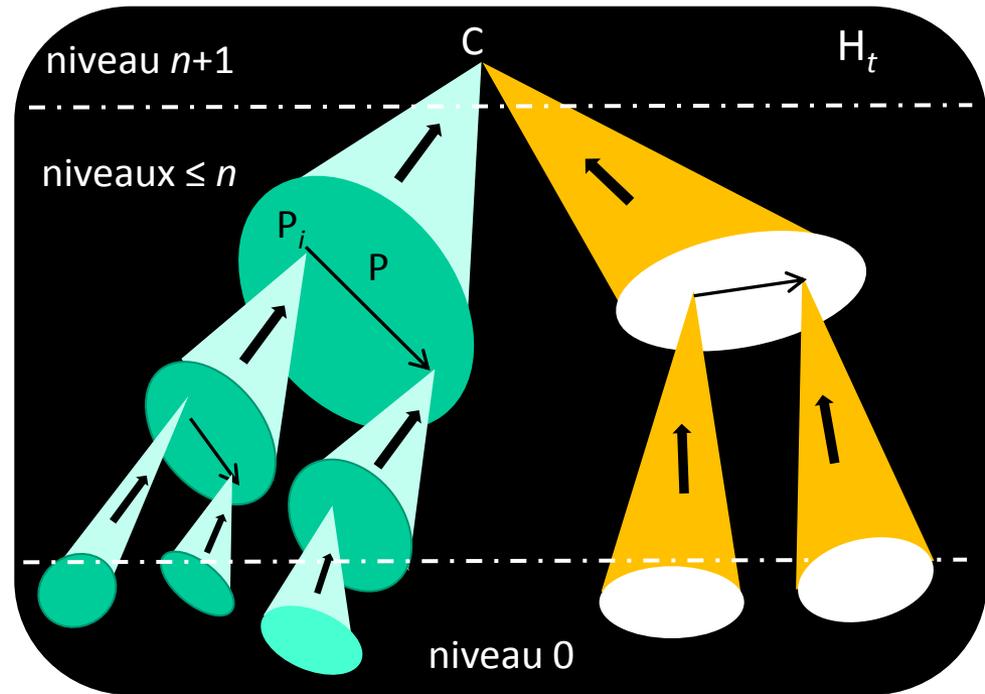
Un objet C de H_t est dit *complexe* (au sens de "complexus" = ce qui est tissé ensemble dans un enchevêtrement d'entrelacements) relativement à P si P est une décomposition de C en un *pattern** (ou diagramme) d'objets liés P_i de sorte que C ait le même rôle opérationnel que les objets P_i agissant collectivement en accord avec leurs liens dans P . On modélisera C par la *colimite** de P .

Si la famille (P_i) (sans liens distingués) a une colimite S , on l'appelle *coproduit* (ou *somme*) des P_i . La différence entre cette somme S et la colimite C de P est mesurée par un morphisme 'comparaison' $c: S \rightarrow C$.

* *Pattern* P = famille d'objets P_i et *liens distingués* entre eux. *Cône* (ou lien collectif) de P vers A = famille $(s_j: P_i \rightarrow A)_i$ où les s_j commutent aux liens distingués de P . Un objet C est une *colimite* (ou *recollement*) de P s'il existe un cône (c_i) de P vers C factorisant tout cône (s_j) de P vers A via un unique $s: C \rightarrow A$.

RAMIFICATIONS. ORDRE DE COMPLEXITE

Kolmogorov-Chaitin complexité d'une chaîne de caractères x
= plus petite longueur d'un programme qui calcule x et s'arrête.



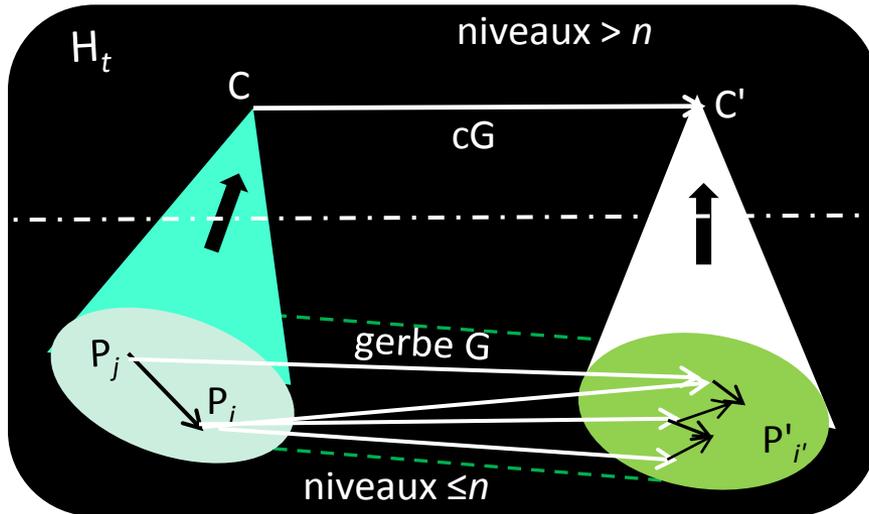
Tout C d'ordre $n+1$ admet au moins une **ramification** R jusqu'au niveau 0, construite comme suit :

(i) décomposition de C en un pattern P de niveaux $< n+1$; (ii) décomposition de chaque P_i de P en un pattern Π_i de niveaux inférieurs ; (iii) idem jusqu'à des patterns de niveau 0, qui forment la *base de* R .

Ordre de complexité de C = plus petite longueur de ses ramifications.

Un pur réductionnisme signifierait que tout objet a pour ordre de complexité 0 ou 1.

LIENS SIMPLES. OBJETS MULTI-FACETTES

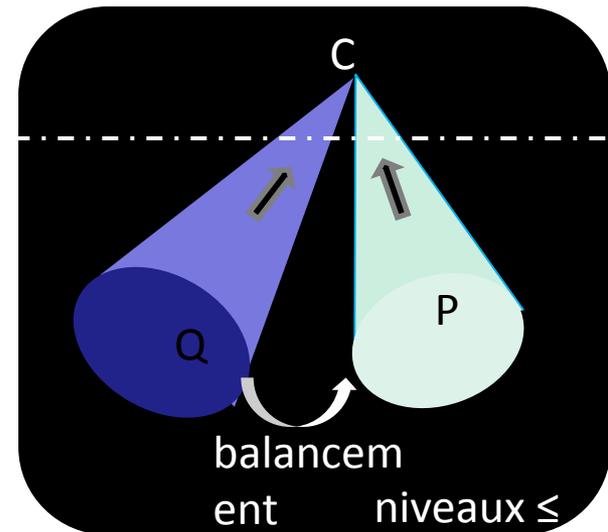


Un morphisme $cG: C \rightarrow C'$ de H_t est un *lien* (P, P') -simple (ou *n-simple* si P et P' sont des patterns de niveaux $\leq n$) s'il 'recolle' une gerbe G (cf. figure) de liens de P vers P' , où $C = \text{colim}P$ et $C' = \text{colim}P'$,

Théorème. *Si tout morphisme est un lien n-simple, tout objet a pour ordre de complexité 0 ou 1.*

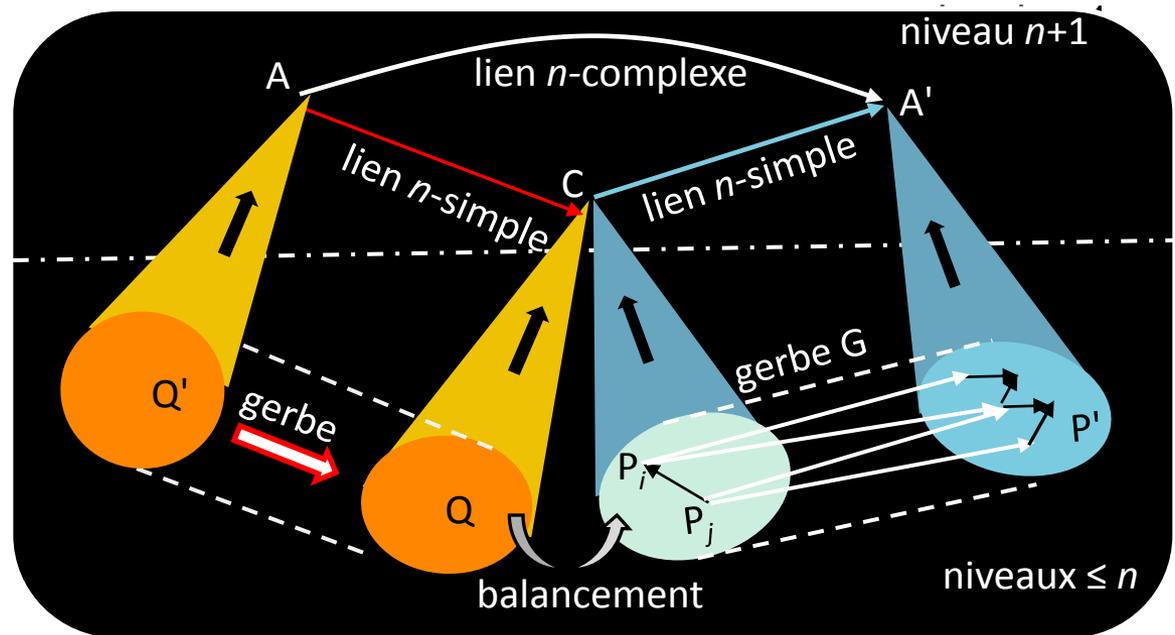
Dans un MES, le réductionnisme est évité par l'existence d'objets de niveau $> n$ tels que l'identité de C soit *n-simple*, c'est-à-dire . C est colimite d'au moins 2 patterns P et Q de niveaux $\leq n$ non reliés par une gerbe ; un tel C est dit *n-multi-facettes* et le passage de P à Q est appelé un *balancement*.

Un tel balancement est à comparer à la notion de *pulsation* introduite par R. Guitart.



PRINCIPE DE MULTIPLICITE => LIENS COMPLEXES

"Degeneracy, the ability of elements that are structurally different to perform the same function or yield the same output, is a ubiquitous <....> feature of complexity" (Edelman & Gally).



Dans un MES, la "dégénérescence" est modélisée par le :

Principe de Multiplicité (MP): Pour tout n il existe des objets n -multi-facettes.

Théorème. *MP permet l'existence de liens dits n -complexes, qui sont des composés de liens n -simples recollant des gerbes non-adjacentes (cf. figure);*

Ces liens traduisent des propriétés globales des niveaux $\leq n$ qui émergent au niveau $n+1$ car non observables aux niveaux inférieurs bien que dépendant de leur structure globale. Ils modéliseront ce que Popper appelle "change in the conditions of change".

II

EVOLUTION

**EMERGENCE PAR COMPLEXIFICATIONS
AUTO-ORGANISATION PAR CO-REGULATEURS**

LA DYNAMIQUE D'UN MES

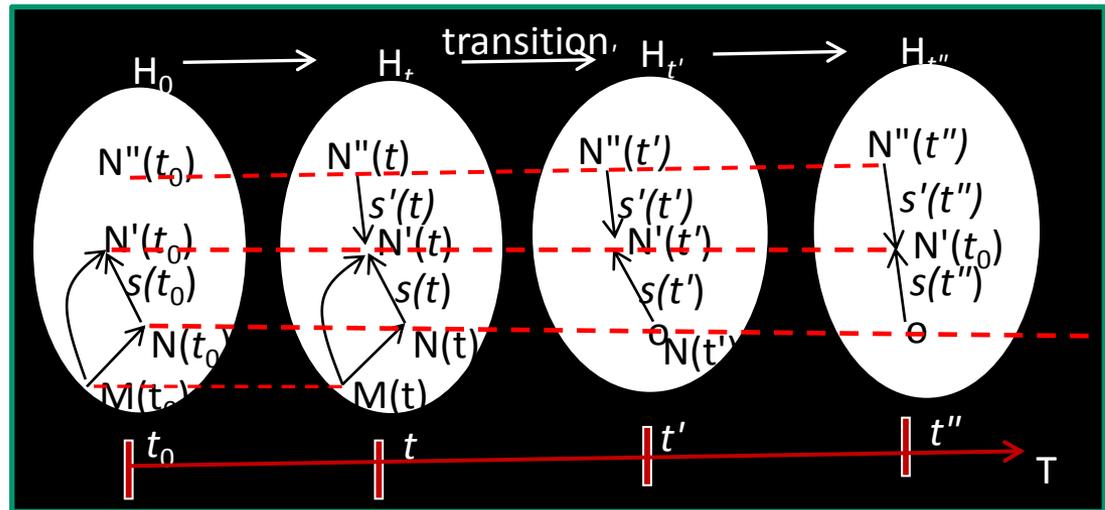
La dynamique d'un MES sera abordée successivement :

= Sous un aspect 'externe' (3^e personne) décrivant le 'devenir' du système via des processus de complexification. On montre que MP est la caractéristique permettant l'émergence de composants de plus en plus complexes et de liens complexes entre eux.

= De manière 'interne' via les dynamiques locales d'agents 'co-régulateurs' (1^{ère} personne) et leur dialectique (2^e personne). Les CR opèrent par étapes et leur dynamique sur une étape (leur "présent actuel", cf. James) peut relever de systèmes dynamiques usuels. Par contre la dynamique globale n'en relève pas car la durée des étapes dépend du co-régulateur et il n'y a pas d'espace des phases constant.

SYSTÈME EVOLUTIF (HIERARCHIQUE)

"la Dynamique, entendue au sens le plus général de science des actions du temps dans les états d'un système" (Thom 1971).



Un **Système Evolutif** H consiste en une famille $(H_t)_{t \in T}$ de catégories indexées par le timeline (continu) T et, pour $t < t'$ un *foncteur transition* $h_{tt'}: H_{tt'} \rightarrow H_t$, d'une sous-catégorie de $H_{t'}$ vers H_t , satisfaisant à une condition de *transitivité**

Un **Système Evolutif Hiérarchique** (SEH) est un SE dont les catégories H_t sont hiérarchiques et les transitions respectent les niveaux de complexité.

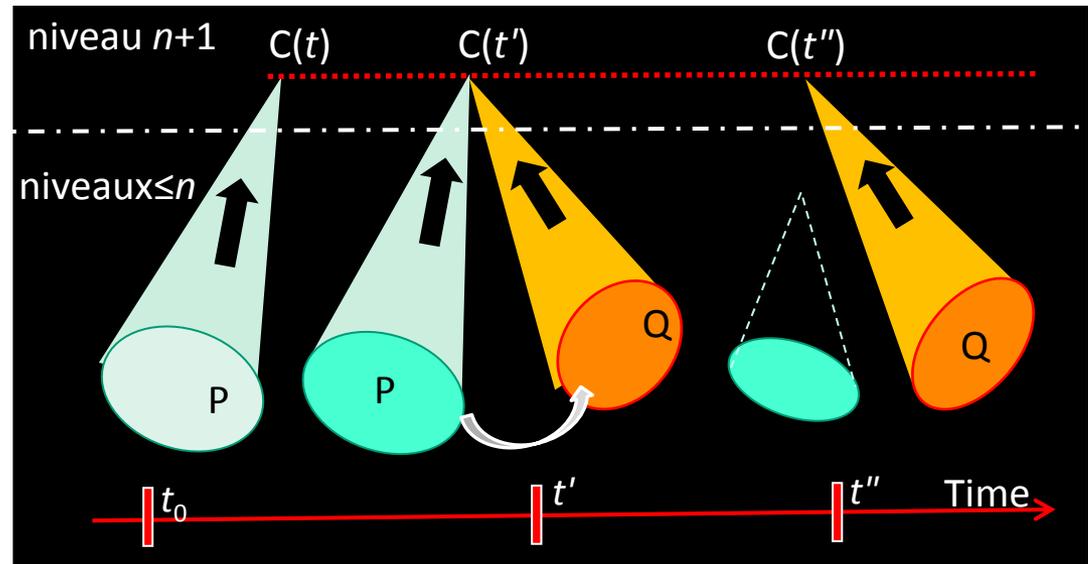
Composant N = famille maximale d'objets $N(t)$ reliés par des transitions ; $N(t)$ est appelé *état* de N en t . Les **liens** entre composants sont définis de même comme familles maximales de morphismes $s(t)$ reliés par des transitions.

Les composants et liens existant sur tout un intervalle forment une catégorie.

* *Transitivité* : Si $t < t' < t''$ et si $h_{tt'}(N(t)) = N(t')$ est défini, alors $h_{t't''}(N(t'))$ est défini ssi $h_{tt''}(N(t))$ est défini ; dans ce cas, les deux sont égaux..

IDENTITE D'UN COMPOSANT MULTI-FACETTES

" a composite Individual can be affected in many ways and still preserve its nature" (Spinoza)



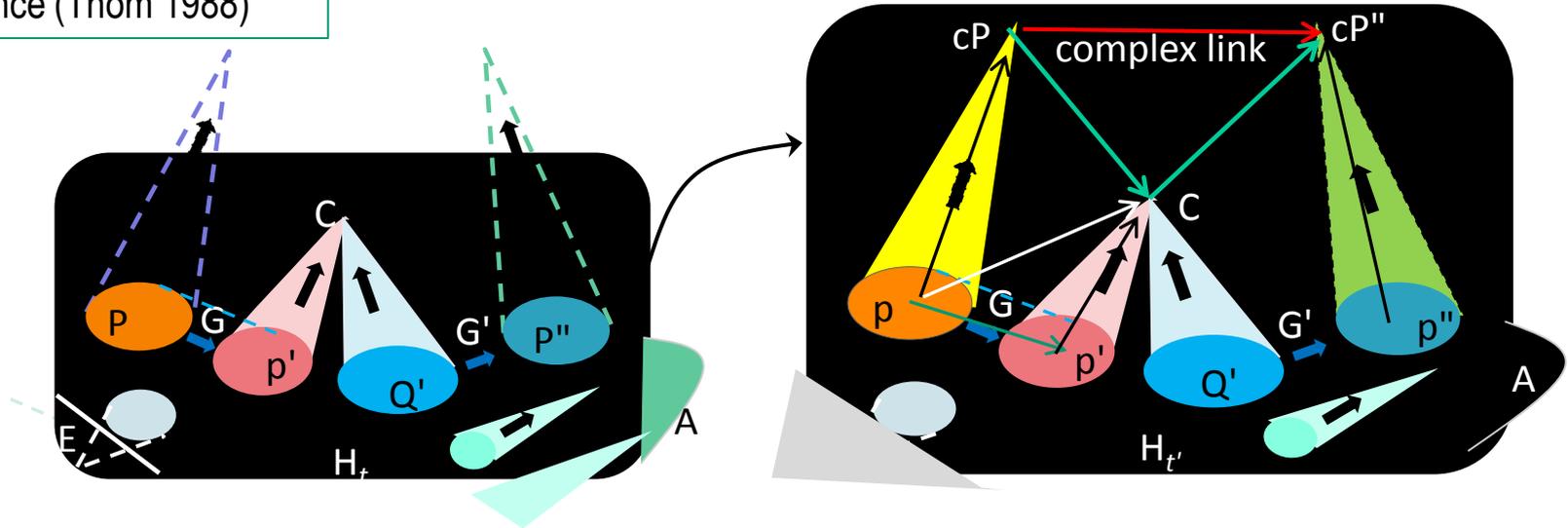
Un composant C d'un SEH H représente la trajectoire 'dynamique' de ses états successifs $C(t)$. Il est ***n-multi-facettes*** si son état $C(t)$ est n -multi-facettes dans H_t .

Si C est *de* niveau $n+1$, il 'émerge' à un instant t_0 comme colimite d'un pattern P_0 de niveaux $< n+1$. Ce pattern peut se modifier progressivement sans que l'identité de C lui-même change (e.g. renouvellement des composants d'une cellule). A chaque instant, C peut opérer via ses différentes décompositions P , en acquérir de nouvelles Q , passer de l'une à l'autre, en perdre certaines. D'où une flexibilité pour s'adapter.

De tels composants permettent le développement d'un sous-SEH **Mem** de H qui représente une *mémoire* robuste mais flexible, dont la plasticité permet l'adaptation. .

Singularités archétypales :
naissance, mort, scission,
confluence (Thom 1988)

COMPLEXIFICATION POUR UNE PROCEDURE



Les changements structurels dans un MES consistent en adjonction ou suppression d'éléments, combinaison ou décompositions de patterns (par adjonction ou suppression de colimites).

Pour décrire ceci, les transitions sont engendrées par des suites de **processus de complexification*** pour des **procédures** Pr ayant des objectifs de tels types. La complexification pour Pr est explicitement construite. Elle permet l'émergence de composants d'ordre supérieur et de liens complexes.

**Procédure* sur H_t : Pr = (E, A, U) où : E = sous-graphe de H_t , (à supprimer), A = graphe ('à absorber,) U = {patterns P à recoller ou dont la colimite est à préserver}. La *complexification* $H_{t'}$ de H_t pour Pr est la solution 'universelle' du problème de satisfaire ces objectifs. Elle est construite comme prototype d'une esquisse (A. & C. Ehresmann, 1972).

THEOREMES D'EMERGENCE

Théorème d'Emergence. *MP est préservé par complexification et, dans un HES il permet l'émergence au cours du temps de composants d'ordre de complexité croissant, e.g. permettant de développer une mémoire Mem robuste et flexible.*



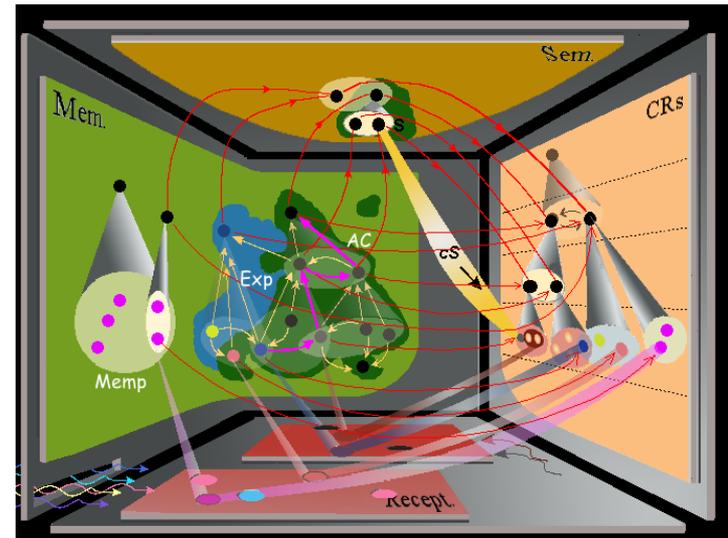
"Le mystère de Picasso" (Clouzot, 1958)

Théorème de Complexification Itérée. *Si une complexification introduit des liens complexes, une complexification de celle-ci ne se réduit pas à une unique complexification.de la première catégorie.*

La construction de la 1^{ère} complexification nécessite une suite d'opérations dont chacune a une certaine durée, e.g. la formation d'un lien complexe. Ces liens complexes correspondent à de nouvelles "*propensions à changer* » (Popper). Il s'ensuit que la complexification suivante peut aboutir à des résultats non prévisibles initialement.

DYNAMIQUE INTERNE

La structure du MES et son évolution par complexifications successives ont été décrites 'de l'extérieur' ("3^{ème} personne"), sans étudier comment les procédures successives sont choisies, et quelles sont les contraintes matérielles à respecter. Mais un MES est un système multi-agents dont nous allons étudier le "devenir en action de l'intérieur" (1^{ère} et 2^{ème} personnes).

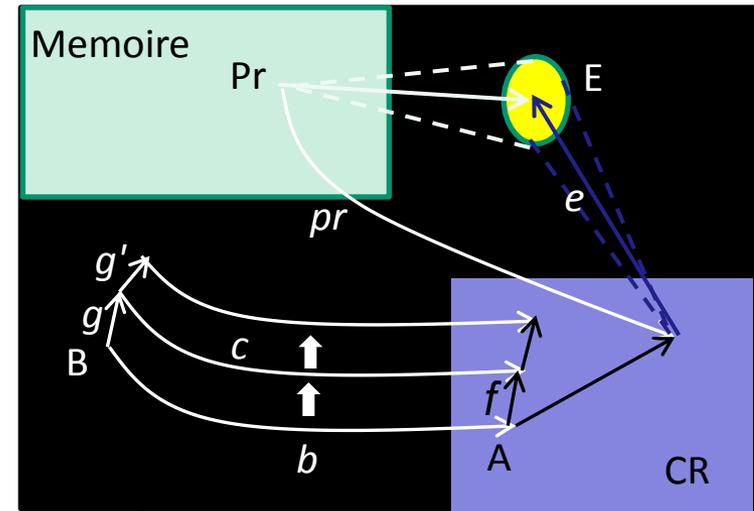


Un MES est un SEH multi-agents dont la dynamique est modulée par la coopération/compétition entre un réseau hétérarchique de sous-SE de **H** appelés ses **Co-Régulateurs**. Chaque co-régulateur CR développe une dynamique locale par étapes, à son propre rythme. Les durées des étapes des différents co-régulateurs sont différentes.

Les co-régulateurs opèrent avec l'aide du sous-SEH **Mem** représentant la **mémoire** centrale du système, qu'ils peuvent mobiliser et, réciproquement, qu'ils contribuent à développer. En particulier chacun peut mémoriser ou rappeler des composants de **Mem** appelés ses *procédures admissibles* Pr qui mémorisent les actions qu'il peut effectuer (via l'activation de liens 'commandes' vers les effecteurs de Pr).

DYNAMIQUE LOCALE D'UN CO-REGULATEUR

Un co-régulateur CR opère par étapes, à son rythme, au travers de son 'paysage' qui est sa représentation partielle du système. Une étape de CR s'étendant sur un intervalle $J = [t, t[$ se divise en 3 phases :

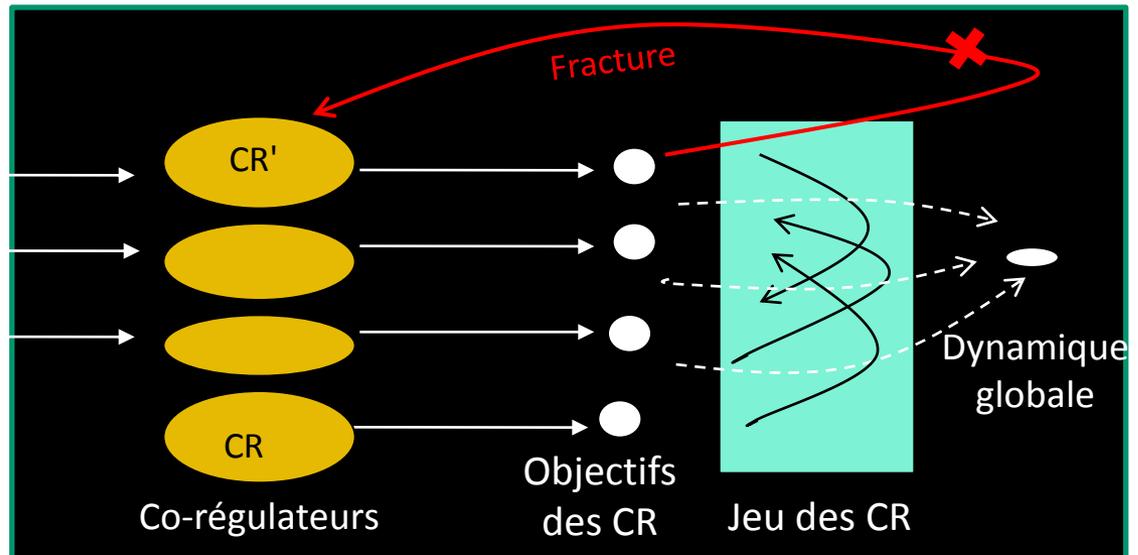


1. *Formation du paysage de CR.* Les seules informations que CR peut avoir sur H sont via les liens b : $B \rightarrow A$ vers un composant A de CR actifs sur une partie de J . Ces liens sont les composants d'un SE L_J , appelé le **paysage*** de CR sur J .
2. *Choix d'une procédure admissible Pr* via pr et activation de ses effecteurs (via e).
3. *Réalisation de Pr et évaluation.* L'activation des effecteurs de Pr déclenche un processus dynamique 'classique' (calculable e.g. via EDP). pour les réaliser ; il s'étend jusqu'à la fin de l'étape. Le résultat est évalué par CR au début de l'étape suivante. Si les objectifs ne sont pas réalisés, il y a **fracture** pour CR.

* La configuration L_{J_u} de L_J en $u \in J$ est la sous-catégorie pleine de la comma-catégorie $H_u \downarrow CR_u$ ayant pour objets les liens $b: B \rightarrow A$ actifs sur $[u, t[$. On a un foncteur différence de cette catégorie vers H_u associant B à b .

DYNAMIQUE GLOBALE VIA LE 'JEU' DES CR

"Les agents n'ont qu'une représentation partielle de leur environnement, c'est-à-dire qu'ils n'ont pas de vision globale de tout ce qui se passe" (Ferber, 1975)



Les commandes envoyées par les différents co-régulateurs en t peuvent ne pas être cohérentes, chacun ayant choisi sa procédure via son propre paysage et avec sa propre logique.

La dynamique globale résulte d'un échange d'informations (via leurs liens) entre les co-régulateurs pour harmoniser leurs procédures. Il s'ensuit un processus flexible d'équilibration, le *jeu entre co-régulateurs*, qui peut négliger les objectifs de certains co-régulateurs CR', leur causant ainsi une fracture.

Ce jeu ne se ramène pas à des systèmes dynamiques classiques car

"the phase space itself changes persistently. More it does so in ways that cannot be predated" (Longo, Montévil & Kauffman, 2012).



Hebb 1929-2014



Edelman 1929-2014

III
MODELE MENS
CORRELATION NEURAL/MENTAL
NOYAU ARCHETYPAL => MACRO-PAYSAGE
RPC-MODELE DE CREATIVITE

A LA BASE DU MODELE MENS

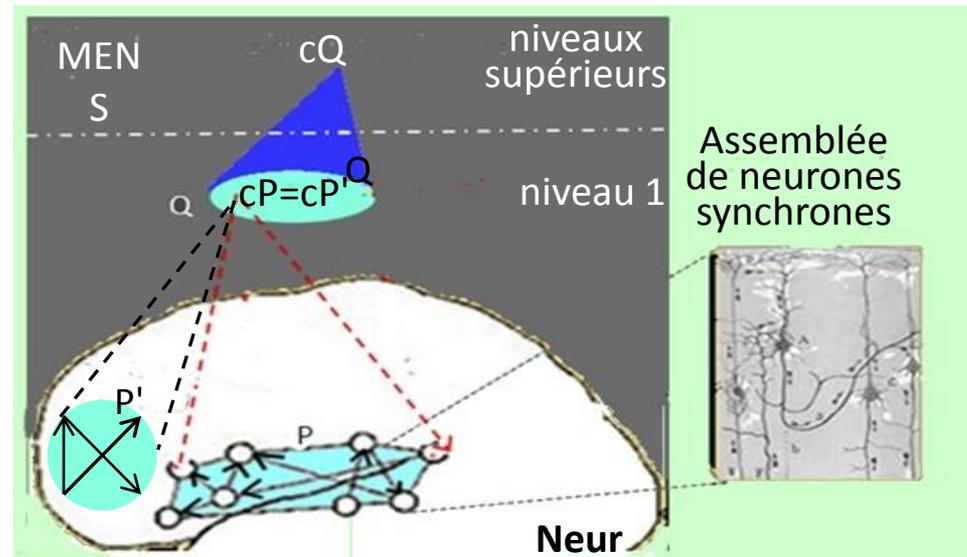
MENS est un MES qui donne un modèle dynamique d'un système neuro-cognitif intégrant le neural et le mental, en évitant tout isomorphisme entre les deux. Il décrit le développement de processus mentaux et cognitifs d'ordre supérieurs tels que conscience, anticipation et créativité et semble permettre le développement d'une *neuro-phénoménologie* au sens de Varela.

En 1949 Hebb a montré qu'un objet ou processus mental peut activer une *assemblée de neurones 'synchrone'*, qui se renforce sous l'effet de la **règle de Hebb** de plasticité synaptique. Il résulte de la **dégénérescence du code neuronal**, mise en évidence par Edelman en 1989, que cette assemblée n'est pas unique.

Utilisant ces résultats, l'idée est de représenter un objet ou un processus mental O par un composant de **MENS**, appelé *catégorie-neurone*, qui recolle chacune des différentes assemblées neuronales que O peut activer synchroniquement à un instant ou à un autre. (A comparer à la notion plus récente de *reader-actuator mechanism* (Buzsaki, 2010) qui détecte des assemblées neuronales ayant le même output.)

STRUCTURE GENERALE DE MENS

"More than one combination of neuronal groups can yield a particular output, and a given single group can participate in more than one kind of signaling function" (Edelman 1989).

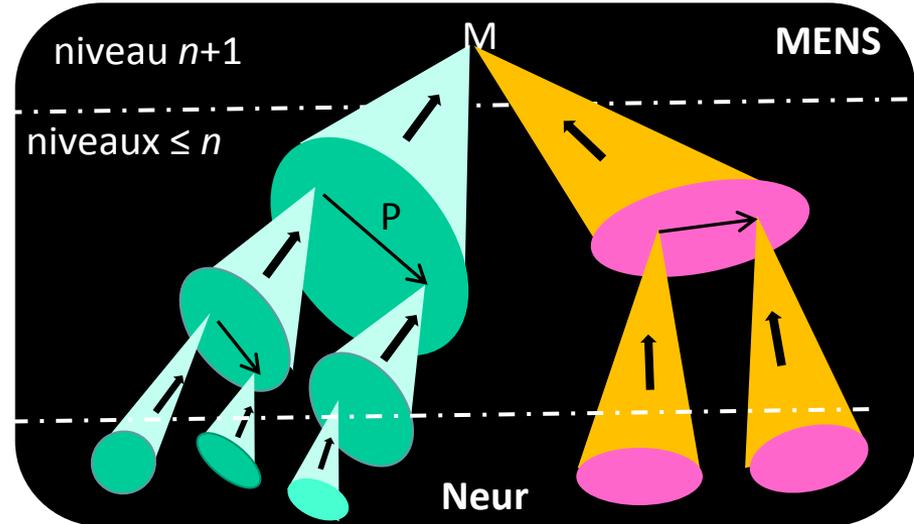


MENS est un MES construit comme suit :

= Il a pour sous-SE de niveau 0 le *Système Evolutif des Neurones* **Neur**. Celui-ci admet pour configuration en t la *catégorie des neurones en t* : ses objets représentent les neurones avec leur activité en t , ses morphismes les chemins synaptiques entre eux, avec leur délai de propagation et leur force en t (qui varie selon la règle de Hebb).

= Les niveaux supérieurs sont obtenus par complexifications successives de **Neur**. Un composant d'un niveau supérieur, appelé *cat(égorie)-neurone*, donne un modèle '*dynamique*' d'un objet mental sous la forme de la colimite cP des différentes (super-) assemblées neuronales P, P', \dots que l'objet mental peut activer synchroniquement à différents instants.

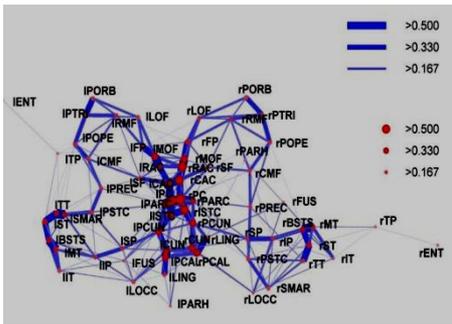
CORRELATION NEURAL- MENTAL



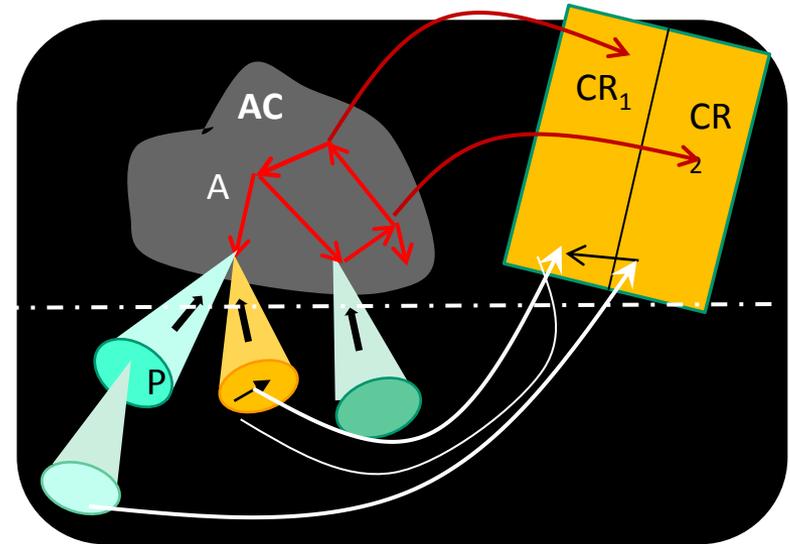
Comme dans tout MES, un cat-neurone M admet au moins une *ramification* R jusqu'au niveau neuronal 0. La base $B(R)$ de R (formée des patterns de **Neur** auxquels R aboutit) représente une *réalisation physique* de M .

L'activation de M se fait par l'activation de la base neuronale d'une ramification R et donc après celle-ci, le *décal d'activation* de M étant le maximum des délais de propagation des liens canoniques d'un neurone dans $B(R)$ vers M .

Un cat-neurone multi-facettes M a plusieurs réalisations physiques, activables selon le contexte, de sorte que MENS est un modèle intégratif qui évite tout isomorphisme entre neural et mental.



LE NOYAU ARCHETYPAL AC



"existence of a Structural Core in human cerebral cortex <...> structural basis for shaping large-scale brain dynamics <...> linked to consciousness." (Hagman & al 2008)

Par complexifications du Noyau Structural **NS**, il se développe un sous-SE **AC** de **Mem**, le **Noyau Archétypal**, formé de mémoires **A** d'ordre de complexité supérieur, multifacettes, et avec des réalisations physiques dans **NS**. Les liens de **AC**, rapides et forts, forment des *boucles archétypales* qui propagent l'activation de **A** dans **AC**, l'y maintiennent sur une certaine durée, et la diffusent à des composants de niveaux inférieurs (plus anciens) par déroulement de ramifications. **AC** reflète le 'Soi'.

Un co-régulateur d'ordre supérieur, basé sur les aires associatives et directement relié à **AC** est dit *intentionnel*. Les CR intentionnels et les liens entre eux forment le (*macro*-)co-régulateur **Int**. Les processus cognitifs d'ordre supérieur se dérouleront dans le (*macro*-)paysage **MaP** de **Int**, avec **AC** comme moteur.

"Il y a dans le présent une *réten*tion du passé et une *protention* du futur (Husserl)

Un problème posé en t active **NS**, puis **AC** => formation d'un macro-paysage **MaP** permettant les processus intriqués :

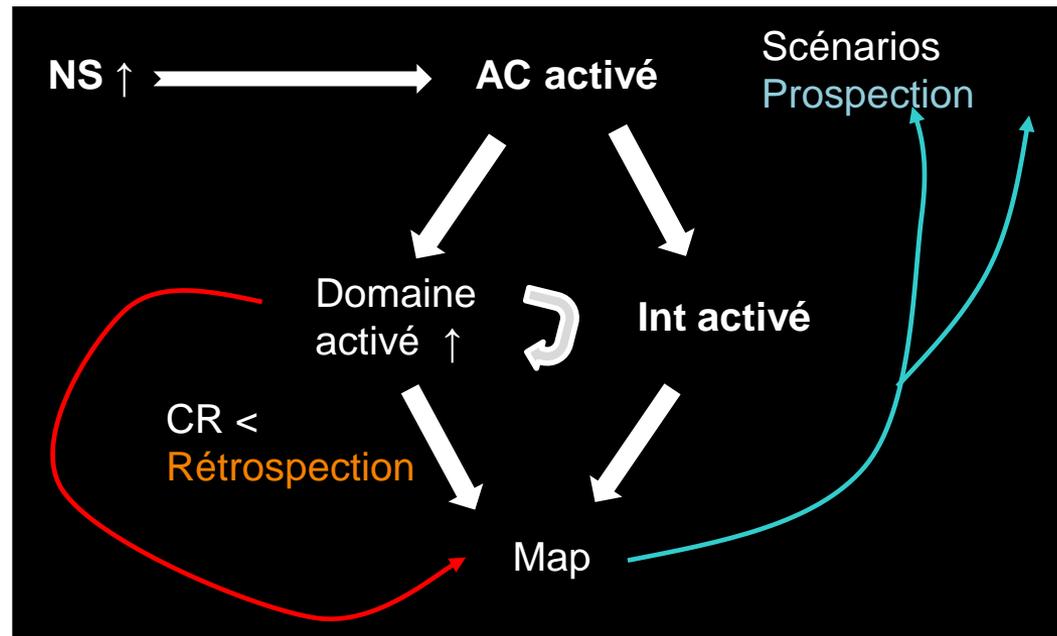
1. **Rétrospection** : Formation et analyse de **MaP** qui unit et étend les paysages des CR intentionnels et de plus longue durée (via **AC** auto-activation).

2. **Prospection** : Une procédure (ou *scénario*) Pr est choisie sur un sous-système E de **MaP**. La *complexification* de E pour Pr est un 'paysage virtuel' V (ou 'espace mental') permettant d'évaluer Pr .

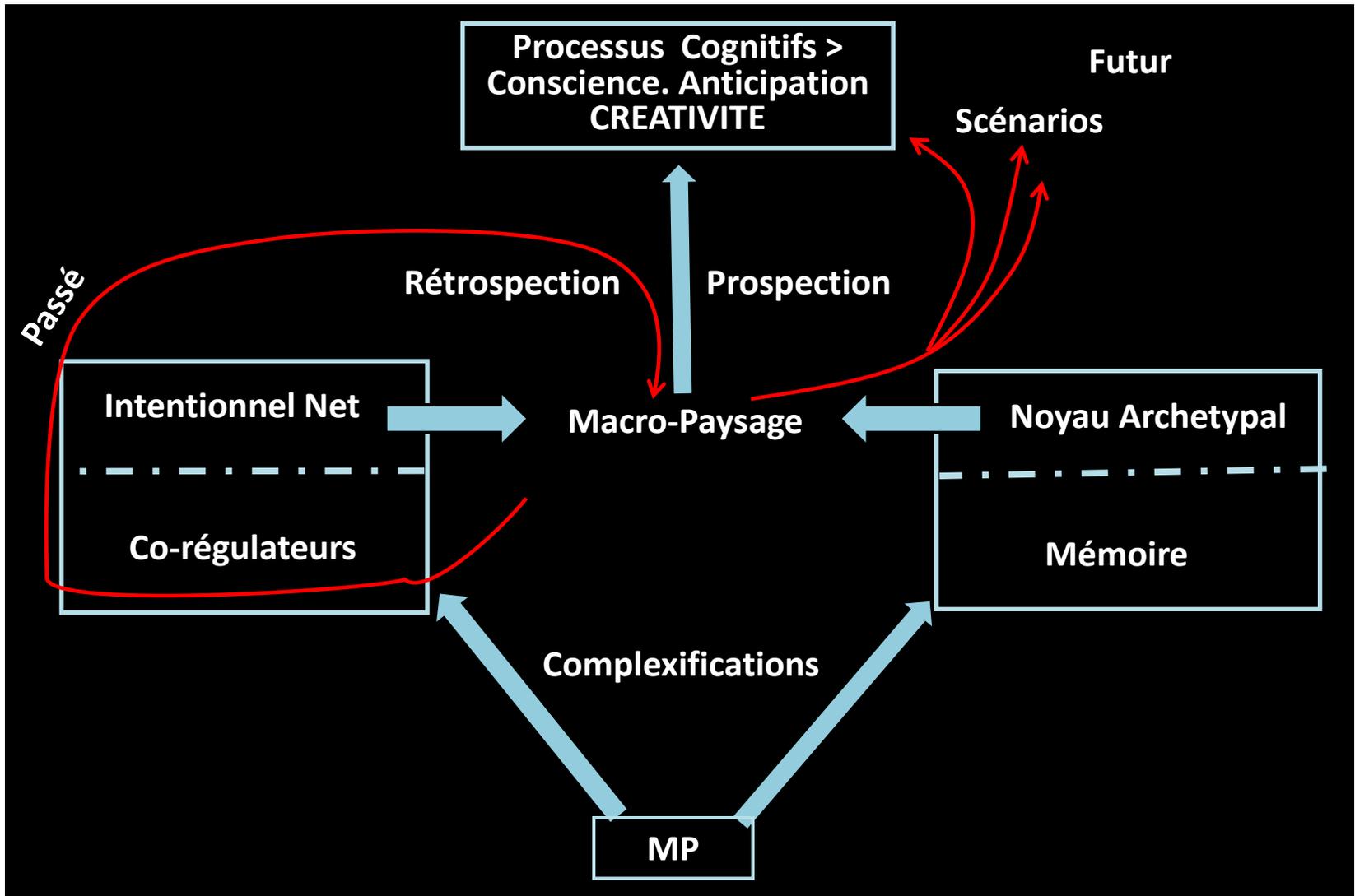
Si Pr convient, la **complexification** 'réelle' est implémentée. Le processus peut être itéré. Exemples : "extension des murs" pour Mazzola, "créativité compositionnelle" de Boden, "conceptual blending" de Fauconnier et Turner.

Des scénarios plus créatifs ("**créativité transformationnelle**" de Boden) sont obtenus par itération de complexifications introduisant des liens complexes.

PROCESSUS CRÉATIFS



CONCLUSION : I



II. COMPARAISON AVEC D'AUTRES MODELES

Par sa construction des cat-neurones comme colimites, **MENS** supporte la *compositionnalité* et la *productivité* des processus mentaux, à la base d'une *théorie de l'esprit* (Stanford Encyclopedia).

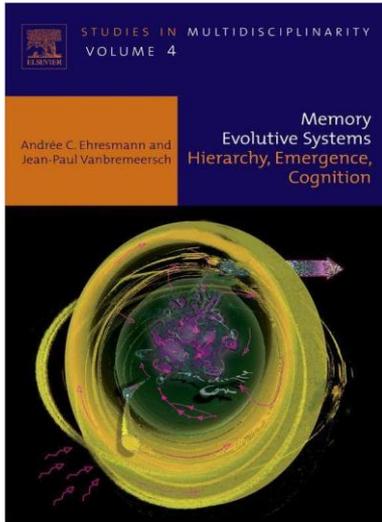
Le computationalisme est basé sur des 'symboles' ; les cat-neurones de niveau 1 peuvent être pris comme symboles, mais leur avantage est que ce sont des symboles dynamiques, multiples, reliés au niveau sous-symbolique via leurs ramifications jusqu'aux neurones.

Comme dans le *connexionnisme*, la dynamique des cat-neurones de niveau 1 repose sur celle des assemblées de neurones, mais de plus nous les recollons pour former des cat-neurones multi-facettes, qui peuvent eux-mêmes être pris comme nouvelles unités dans un modèle connexionniste d'ordre 'supérieur'.

=> sorte de 'hiérarchie' de modèles connexionnistes intriqués.

Enfin, grâce à l'intégration temporelle due à **AC**, le macro-paysage donne une approche aux processus phénoménaux, tout en évitant l'isomorphisme neural/mental grâce à MP. D'où la question :

MENS répond-il à la quête de Varela pour une *neuro-phenomenologie* ?



POUR PLUS D'INFORMATIONS

Memory Evolutive Systems: Hierarchy, Emergence, Cognition
(avec J.-P. Vanbremeersch), Elsevier, 2007.

MENS, a mathematical model for cognitive systems
(avec J.-P. Vanbremeersch), *JMT* 0-2, 2009.

MENS, an Info-Computational Model for (Neuro-)cognitive Systems
Capable of Creativity, *Entropy* 14 (12): 1703–16, 2012.

Conciliating Neuroscience and Phenomenology via Category Theory
(avec J. Gomez), *JPBMB* Vol. 19, Issue 2, 2015.

Les sites suivants contiennent nombre d'articles et diaporamas

<http://ehres.pagesperso-orange.fr>
<http://vbm-ehr.pagesperso-orange.fr>

MERCI